

БІПАРАБОЛІЧНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Коломієць О.М.

Науковий керівник: к. ф.- м. н., доцент Риндюк В.І.

В класичному лінійному рівнянні теплопровідності постульовано такі жорсткі умови та процеси, як нескінченна швидкість розповсюдження збурень та лінійна залежність потоку від градієнта поля і енергії від температури. При порушенні цих умов рівняння Фур'є не досить коректно описує процеси тепломасопереносу і призводить до миттєвої нескінченної швидкості розповсюдження тепла і до нескінченного теплового потоку.

Але заміна класичного рівняння теплопровідності на гіперболічне рівняння, наприклад в одномірному випадку

$$\tau_r \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

де $a = \frac{\lambda}{c_v}$ - коефіцієнт теплопровідності; τ_r - час релаксації,

повинна відповідати умовам інваріантності рівняння щодо тієї чи іншої групи перетворень. Множина рівнянь, придатних для математичного моделювання повинна мати симетрій ні властивості.

Для класичного рівняння теплопровідності є інваріантним відносно перетворень Галілея, а для гіперболічного повинен виконуватись принцип Пуанкаре-Ейнштейна.

В зв'язку з цим, пропонується деякими авторами узагальнене рівняння (біпараболічне), яке інваріантне відносно групи Галілея:

$$L \equiv (\alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2)u(x, t) = 0$$

де α_1, α_2 - дійсні параметри, $L_2 \equiv L_1 L_1$, $L_1 \equiv \frac{\partial}{\partial t} - k^2 \Delta$,

Δ - оператор Лапласа, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, k^2 - фізичний параметр, u - шукана функція.

Дослідження даного рівняння в плані погодження з експериментальними результатами та знаходження чисельно-аналітичного методу розв'язання даного типу рівнянь є нашою основною задачею. Проводяться пошукові роботи і в майбутньому планується розробити ефективний чисельно-аналітичний метод розв'язання таких задач і проаналізувати на достовірність і точність.