

УЗАГАЛЬНЕННЯ ТЕОРЕМ ПРО СЕРЕДНЄ В ІНТЕГРАЛЬНОМУ ТА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОМУ ЧИСЛЕННІ GENERALIZATION OF THEOREMS ABOUT MIDDLE IN AN INTEGRAL AND DIFFERENTIAL CALCULATION

Павлик Т. М.

Науковий керівник – проф. д.пед.н., Ключко В. І.

Подається систематичний виклад на сучасному рівні такої важливої теми в математичному аналізі, як теореми про середнє значення, розглянуті різноманітні застосування даних теорем як в практичних задачах так і в теоретичному плані. Теореми про середнє зустрічаються протягом усього курсу математичного аналізу. Теореми розглядаються в диференціальному численні, інтегральному численні (застосовуються до подвійних і потрійних інтегралів), у фізиці.

До теорем про середнє відносять теореми Ролля (яка є основою всіх доведень для вказаних теорем), Коші, Лагранжа, а також всі узагальнені теореми про середнє. Наведемо, наприклад, першу теорему про середнє в узагальненій формі.

Нехай функції $f(x)$ і $g(x)$ інтегровані на $[a, b]$, до того ж $g(x)$ знакостала на $[a, b]$ і $m \leq f(x) \leq M$. Тоді існує таке число μ ($m \leq \mu \leq M$), що

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = \mu \int_a^b g(x)dx \quad (1)$$

Якщо при цьому $f(x)$ неперервна на $[a, b]$, то існує така точка $\xi \in [a, b]$, що

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx \quad (2)$$

Що стосується застосування теорем про середнє у фізиці, то у даній роботі розглядається середнє значення для несинусоїдальних періодичних е.р.с., напруг і струмів. Періодично змінна несинусоїдальна величина $f(\omega t)$ крім гармонічних складових характеризується трьома величинами: максимальним значенням за період $a_{\text{макс}}$, середнім квадратичним за період або діючим значенням

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(\omega t) dt}$$

і середнім по модулю значенням

$$A_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(\omega t)| dt$$

І як висновок доводиться, що узагальнення теорем про середнє в диференціальному та інтегральному численні дає можливість розширити галузі застосування цих теорем та на їх основі отримати нові результати в математичному аналізі та його застосуванні.