

НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ ОПУКЛОСТІ ФУНКЦІЇ ПОШКОДЖЕНЬ ЗА УМОВИ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ

Михалевич О. В.

Науковий керівник – аспірант Добранюк Ю. В.

В теорії накопичення пошкоджень для визначення моменту досягнення граничного стану при нестационарних процесах потрібно розв'язати нелінійне рівняння такого типу

$$\psi(x_*) - 1 = 0, \quad (1)$$

де функція пошкоджень $\psi(x)$ задається наступним оператором

$$\psi(x) = \int_0^x \frac{dz}{f\{y(z)\}}, \quad (2)$$

Тут $f(y)$ задана неперервна, монотонно-спадна, невід'ємна на області визначення функція; $y(z)$ – функція, яка в загальному випадку задається параметрично.

Використання для розв'язання нелінійного рівняння (1) комбінованого методу хорд та дотичних передбачає попереднє дослідження функції, зокрема визначення інтервалу опуклості, якому належить корінь рівняння.

Після підставлення конкретних виразів функцій, інтеграл в (2) набуває дещо громіздкого виду. Знаходження першої похідної не представляє труднощів, оскільки ця похідна дорівнює підінтегральній функції від верхньої межі інтегрування. Але друга похідна має вже настільки громіздкий вид, що робить її дослідження малоефективним. Але головний фактор недоцільності дослідження інтеграла (2) з урахуванням конкретних аналітичних виразів указаних функцій полягає у звуженому значенні таким способом отримуваних висновків.

Перепишемо (2), з урахуванням параметричного задання функції $y(z)$

$$\bar{\psi}(t) = \int_0^t \frac{\beta'(\tau) \cdot d\tau}{f\{\alpha(\tau)\}}, \quad y = y(z) \Rightarrow \begin{cases} y = \alpha(t) \\ z = \beta(t) \end{cases} \quad (3)$$

де

$$\bar{\psi}(t) = \psi(x(t)). \quad (4)$$

Згідно (4), перша та друга похідні функції $\bar{\psi}(t)$ дорівнюють

$$\bar{\psi}'(t) = \psi'(x) \cdot x'(t),$$

$$\bar{\psi}''(t) = \psi''(x) \cdot (x'(t))^2 + \psi'(x) \cdot x''(t).$$

На основі отриманих співвідношень, з урахуванням (2) були сформульовані та доведені необхідні та достатні умови опуклості функції пошкоджень за умови нестационарності.