

ГРУПИ СИМЕТРІЙ ПЛОСКИХ І ПРОСТОРОВИХ ФІГУР

Іванов І.А.

Науковий керівник – ст. викладач Барковська А.А.

Основним математичним апаратом для дослідження симетрії (в самому широкому смислі цього слова) є апарат теорії груп перетворень. Автоморфізмом математичної структури називається бієктивне перетворення базисної множини цієї структури, що зберігає основні характеристики структури. Наприклад, якщо мова іде про метричний простір, тобто множину на якій задано відстань між будь-якими двома точками, то автоморфізмом такої структури називають бієктивне перетворення, яке зберігає відстань між точками метричного простору. Автоморфізм метричного простору називають ізометрією. Множина всіх автоморфізмів математичної структури відносно операції суперпозиції перетворень утворює групу. Зокрема для метричного простору можна говорити про групу ізометрій. Важливою підгрупою ізометрій є група самосуміщень (тобто такі ізометрії, які дану фігуру переводять саму в себе) плоскої або просторової фігури. Вона називається групою симетрій фігури і характеризує симетричність фігури. Чисто інтуїтивно цілком зрозуміло, що найбільш симетрична фігура на площині є коло (або круг) а у просторі – сфера або куля. Саме тому група симетрій круга є найбагатшою серед груп симетрій обмежених плоских фігур. Те саме можна сказати і про групу симетрій сфери.

В даній роботі ми вивчаємо групи симетрій правильних багатокутників на площині і групи симетрій деяких просторових фігур (тетраedr, куб і інші). Група симетрій будь-якого правильного багатокутника складається лише з поворотів навколо центра і осьових симетрій. Детально вивчені групи симетрій правильного трикутника, п'ятикутника, шестикутника, семикутника і квадрата. Зокрема, складено таблиці множення (так звані таблиці Келі) для груп симетрій вище перелічених плоских фігур. Зокрема група симетрій правильного п'ятикутника складається з 10-ти ізометрій (5-ть поворотів навколо центру і 5-ь осьових симетрій). Виявилось, що ця група не є комутативною, хоча всі її власні підгрупи комутативні. Вивчалась також решітка підгруп цієї групи. Вона складається з 8-ми елементів, причому всі елементи (крім найбільшого і найменшого) є атомами. Більш того, з'ясувалось, що решітка підгруп групи симетрій правильного n -кутника (де n – непарне число) має дуже просту структуру – всі її елементи (крім нуля і одиниці) є атомами. Якщо ж n – парне число, то решітка підгруп групи симетрій правильного n -кутника є значно складнішою. В роботі знайдено решітку (тобто побудовано діаграму) підгруп групи симетрій правильного п'ятикутника. Також вивчалися групи симетрій правильного тетраедра і куба. Так група симетрій правильного тетраедра збігається з симетричною групою чотириелементної множини і складається з 24 елементів. Для цієї групи знайдено решітку підгруп.