

ГУСТИНА РОЗПОДІЛУ ВЛАСНИХ ЗНАЧЕНЬ СИМЕТРИЧНИХ МАТРИЦЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Дорофєєв М.Ю.

Наукові керівники – проф., к. ф-м. н. Бурдейний В.М., інженер Бурдейна О.В.

Під випадковими маються на увазі матриці з матричними елементами, які утворюють набір випадкових величин, розподілених за певним законом [1]. Починаючи з роботи Дайсона [2] і не в останню чергу в зв'язку з матричною формою квантової механіки, техніка випадкових матриць стала ефективним інструментом дослідження квантових неупорядкованих систем, квантового і класичного хаосу і багатьох інших проблем фізики. В даній роботі досліджується густина розподілу власних значень випадкових двовірних симетричних матриць, заданих співвідношенням

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Матриця другого порядку - один із найпростіших, відмінних від тривіального одномірного, випадків, який дозволяє як отримати аналітичний результат у замкнутій формі, так і створити не переобтяжену обчислювальними деталями комп'ютерну модель, що відкриває можливість для прямого порівняння результатів машинної симуляції з аналітичними розрахунками.

Прийнявши для матричних елементів гауссівський розподіл з нульовим центральним моментом, тобто

$$F(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

для густини розподілу власних значень одержуємо

$$f(\lambda) = \frac{2\sqrt{2}}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\lambda^2}{\sigma^2}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{7}{2}x^2} \operatorname{Ch}\left(\frac{2\sqrt{2}\lambda}{\sigma}x\right) I_0(x^2) x dx \quad (3)$$

Для комп'ютерної симуляції використовувався програмний пакет «Матлаб-7». Генерується масив випадкових чисел розподілених за нормальним законом. Побудований масив переформатовується в набір матриць зі структурою (1). Обчислені власні значення сортуються і на основі одержаних рядів встановлюються гістограми розподілу. Отримані в такий спосіб функції розподілу узгоджуються з аналітичним результатом (3). Зокрема, криві розподілу, як це впливає із загальних міркувань, має двовіковий характер. Динаміка півширин піків корелює із дисперсією розподілу масиву генерованих випадкових чисел, що стимулює дослідження кореляційних функцій вищого порядку, як і розподіл власних значень матриць більшої розмірності.