

ПОБУДОВА ДІАГРАМ БІФУРКАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Івченко К.В.

Науковий керівник – доц., к.т.н. Кательніков Д.І.

У 1963 р. американський метеоролог Е. Лоренц опублікував статтю «Детермінована неперіодична течія», в якій обговорювалися результати чисельного дослідження достатньо простої системи диференціальних рівнянь, що моделюють динаміку рідини при конвекції у шарі, який підігрівається знизу. Лоренц піддав отримані результати ретельного і глибокому обговоренню, акцентуючи увагу на зв'язки між складною поведінкою системи і властивою їй нестійкістю. Пізніше це властивість стала відома як «ефект метелика» (butterfly effect): у застосуванні до метеорології помах крил метелика може через досить тривалий час спричинити суттєві зміни погоди. Таким чином, бувають випадки, коли неможливо передбачити поведінку навіть порівняно простої системи. Діаграма біфуркацій, або біфуркаційне дерево, або як іноді кажуть, дерево Фейгенбаума - на ім'я вченого, який встановив багато суттєвих законів динаміки відображень ілюструє залежність сталих значень змінної x від певного параметра відображення. Наприклад для відомого логістичного відображення

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), \quad (1)$$

діаграма біфуркацій ілюструє еволюцію траєкторії змінної x від параметру відображення r у сталому режимі.

Для побудови діаграми біфуркацій можна запропонувати наступну процедуру. На початку задамо певне початкове значення змінній та параметру. Потім слід виконати кілька сот ітерацій відображення, щоб виключити перехідні процеси і реалізувати сталий режим і вивести деяку кількість точок на екран дисплея. Потім процедуру повторити для злегка зміненого значення параметра (в якості нового початкового значення змінної можна використовувати отримане на попередньому кроці процедури) і продовжувати повторювати до тих пір , поки весь діапазон значень керуючого параметра буде пройдений. У результаті вийде приблизно наступна картинка, як на рисунку 1.

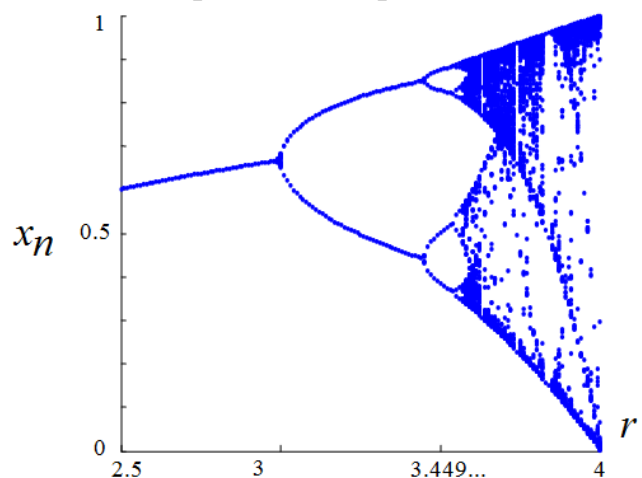


Рисунок 1 - Діаграма біфуркацій логістичного відображення