УДК 621.77

РОЗВ'ЯЗАННЯ ВАРІАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ МАКСИМІЗАЦІЇ НАКОПИЧЕНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ПРИ ДВОСТУПЕНЕВОМУ ДЕФОРМУВАННІ МЕТОДОМ КУНА-ТАККЕРА

Живелюк О. Л., Олексина Т. М.
Науковий керівник – доц., к.т.н. Краєвський В.О.

Теорема Куна-Таккера визначає необхідні умови розв’язку задачі нелінійного програмування і є узагальненням методу множників Лагранжа, на відміну від якого стосується задач, які можуть містити як обмеження-рівняння, так і обмеження-нерівності

$$f(x) \to \max\,(\min); \qquad \begin{cases} g_i(x) \le 0, \ i = 1,\ldots,k, \\ h_j(x) = 0, \ j = 1,\ldots,m. \end{cases} \tag{1}$$

Складемо для задачі (1) функцію Лагранжа, що залежить від $n+k+m$ змінних $(x_1,\ldots,x_n;\lambda_1,\ldots,\lambda_k;\mu_1,\ldots,\mu_m)$: $L(x,\lambda,\mu) = f(x) + \sum\limits_{i=1}^{k}\lambda_i g_i(x) + \sum\limits_{j=1}^{m}\mu_j h_j(x)$,

де $\lambda = (\lambda_1,\ldots,\lambda_k)$ - вектор множників Лагранжа для обмежень-нерівностей, $\mu = (\mu_1,\ldots,\mu_k)$ - вектор множників Лагранжа для обмежень-рівностей.

У формулюванні необхідної ознаки буде використовуватись градієнт функції L по x: $\nabla_x L(x,\lambda,\mu) = \nabla f(x) + \sum\limits_{i=1}^{k}\lambda_i \nabla g_i(x) + \sum\limits_{j=1}^{m}\mu_j \nabla h_j(x)$.

Теорема Куна-Таккера. Для того, щоб точка x^0 була точкою локального мінімуму (максимуму) задачі (1) необхідно виконання наступних умов:

1. Умови стаціонарності: $\nabla_x L(x^0,\lambda,\mu) = 0$;
2. Умови нежорсткості: $\lambda_i g_i(x^0) = 0, \ i = 1,\ldots,k$;
3. Умови невід’ємності: $\lambda_i \ge 0, \ i = 1,\ldots,k$.

При цьому усі множники Лагранжа λ_i та μ_i одночасно не можуть бути рівними нулю.

Теорему Куна-Таккера застосовано для знаходження розв’язку задачі нелінійного програмування, до якої зводиться варіаційна задача максимізації накопиченої деформації при двоступеневому гарячому деформуванні

$$\varepsilon_* = \dot{\varepsilon}_{u1}\cdot t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2}\cdot(t_* - t_1) \to \max,$$

$$\left(\frac{t_*}{t_{*1}}\right)^n + \left(\frac{t_* - t_1}{t_{*2}}\right)^n - \left(\frac{t_* - t_1}{t_{*1}}\right)^n = 1;$$

$$t_1 \le t_{*1}.$$