ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ АЛГОРИТМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Володимир Дубовой[1], Олена Никитенко[2]

[1]Вінницький національний технічний університет
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (0432) 44-01-57,
E-Mail: dub@faksu.vstu.vinnica.ua
[2]Вінницький національний технічний університет
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (0432) 27-20-44, E-Mail: lena_2607@mail.ru

Анотація

Розглянуто властивості алгоритмічних моделей, зокрема еквівалентність невизначених алгоритмів. Запропоновано підхід для визначення ступеню еквівалентності алгоритмів в умовах невизначеності за допомогою операторного методу.

Підвищення ефективності інформаційних систем (ІС) стає усе більше актуальною проблемою в зв'язку з глобальною інформатизацією всіх сторін життя суспільства, ускладненням і збільшенням масштабів ІС. Підвищення ефективності передбачає оптимізацію структури ІС, розподілу завдань по підсистемах ІС тощо. Одним з перспективних напрямків розв'язання цієї проблеми є оптимізація алгоритмічної моделі ІС із наступною її реалізацією програмно-апаратними засобами [1, 2].

Оптимізація алгоритмічної моделі (АМ) здійснюється за допомогою системи еквівалентних перетворень [3]. Еквівалентним називають перетворення, в результаті якого одержують еквівалентну алгоритмічну модель. Дві алгоритмічні моделі називають функціонально еквівалентними, якщо при однакових вхідних даних вони дають однакові результати..

Значні результати у дослідженні еквівалентності алгоритмів належать А.А.Ляпунову, який ввів поняття схеми програм [4]. На базі стандартних схем алгоритмів уведені основні поняття й властивості, пов'язані з алгоритмічними моделями, головне з яких - відношення функціональної еквівалентності алгоритмічних моделей. Ідеї Ляпунова були розвинені А.П. Єршовим, Н.А.Криницьким, Л.А.Калужніним, Р.И. Подловченко і Ю.І. Яновим та Н.А. Криницький, які досліджували проблему еквівалентності й еквівалентних перетворень.

Алгоритмічні моделі інформаційних систем здебільшого розглядалося в детермінованих умовах. Але в більшості практичних завдань функціонування ІС відбувається в умовах невизначеності (УН) вхідних даних і ступінь та походження невизначеності може істотно відрізнятися, зокрема її причинами можуть бути: недостатнє знання предметної області, недостача точної інформації про значення даних, невизначеність цілей тощо.

Врахування невизначеності відкриває нові можливості проектування і оптимізації ІС на основі алгоритмічних моделей.

Нехай є дві інформаційні системи ІС1 і ІС2, причому ІС2 є менш витратним варіантом ІС1 того ж призначення С1 > С2, де С1, С2 - витрати відповідних інформаційних систем ІС1 і ІС2. Системам відповідають алгоритмічні моделі АМ1 і АМ2, які визначають перетворення вхідних даних Х на результат функціонування Y. Оскільки моделі систем відрізняються, то і результати функціонування будуть різними, отже

$$Y_1 = AM_1(X) \text{ і } Y_2 = AM_2(X).$$

Охарактеризуємо результати Y1 і Y2 функціями невизначеності $\beta_1(Y_1)$ і $\beta_2(Y_2)$ відповідно, які показані на рис.1. Вірогідність співпадання результатів в умовах невизначеності

$$B(Y_1 = Y_2) = \int_{\Omega_{Y_1} \cap \Omega_{Y_2}} \beta_1(Y)\beta_1(Y)dY$$

де Ω_{Y_1} і Ω_{Y_2} - області значень результатів Y1 і Y2 відповідно.

Виходячи з означення еквівалентності алгоритмічних моделей, можна сказати, що системи IS1 і IS2 в умовах невизначеності є еквівалентними з вірогідністю $B(Y_1 = Y_2)$. Тоді вибір ефективного варіанту IS зводиться до оцінювання вартості ризику $Q = (1 - B)/(C_1 - C_2)$.

Таким чином, для проектування інформаційних систем актуальною є задача дослідження еквівалентності алгоритмічних моделей в умовах невизначеності.

Задача визначення еквівалентності алгоритмічних моделей в умовах невизначеності наразі не має загальновизнаних підходів до розв'язку.

Удосконалення методів аналізу еквівалентності алгоритмічних моделей, з метою врахування в них

умов невизначеності функціонування систем є завданням даної роботи.

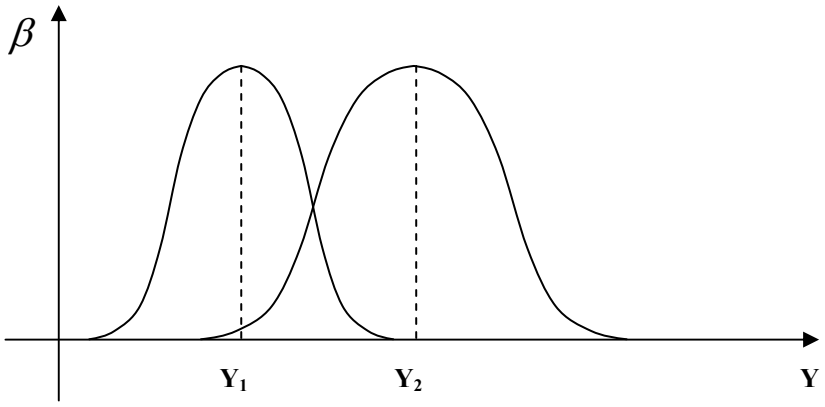

Рис.1. Функції невизначеності результатів Y_1 і Y_2

В умовах невизначеності поняття еквівалентності має розмиті границі. З огляду на обмежену вірогідність результату роботи алгоритму, одержуваного в умовах невизначеності, можна говорити лише про еквівалентність алгоритмів із заданою вірогідністю або про ступінь еквівалентності алгоритмічних моделей. Розглянемо можливий підхід до оцінки цієї вірогідності.

Невизначеність може описуватися різними способами. Скористаємося функціональним способом опису. При функціональному способі невизначеність стохастичного типу описується розподілами ймовірності, а нечіткого типу - функціями належності. Метод узагальнюючих функцій [5], враховує невизначеність різного типу.

Для узагальнюючої функції визначені також правила узагальнення математичних операцій. Всі операції розділені на три групи: нелінійні унарні, нелінійні бінарні, інтегро-диференційні. За основу визначення цих операцій прийнятий операторний метод перетворення, що використовує інтегральні оператори виду:

$$\beta_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{n}{\cdots} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(\overline{x})\psi(\overline{x}, y, F, Q)\, d\overline{x}\,, \qquad (1)$$

де ψ - ядро оператора, F и Q - характеристики операції, яка виконується; n - кратність інтегрування, яка залежить від розмірності вектора $\overline{x}$ и характеристик операції F і Q.

Функції невизначеності результатів роботи двох алгоритмів, ступінь еквівалентності яких досліджується, може бути отримана за допомогою операторного методу. Для цього алгоритми подаються в алгебраїчній формі з наступним перетворенням на операторну форму запису.

Для перетворення детермінованої моделі (R-форма) операторів ũ в узагальнену (G-форма) вихідну модель записують у виді ряду символів, що утворять визначену математичну формулу в системі R. В [5] визначені також відносини порівняння невизначених даних в системі G:

Означення. Ступенем рівності невизначених даних x і y, які характеризуються функціями невизначеності β_x і β_y відповідно, будемо називати величину

$$d = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{xy}(x = \xi, y = \xi)\, d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_x(\xi) \cdot \beta_y(\xi)\, d\xi \qquad (2)$$

Очевидно, d=1 при $x = y$.

Розглянемо приклад. Система обробки сигналів, наведена на рис. 2, може бути виконана у паралельному (2,а) і послідовному (2,б) варіантах.

Алгоритмічна модель паралельного виконання матиме вигляд

M1=A(B) || [Im1(a(t) / $A\sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]$, ε1) I2(f(a(t),ξ1) / u(t)=a(t)+ξ1) I3(u(t) / u'(t+τ)) Im4(d(t) / $D\sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]$,ε2) I5 (f(d(t),ξ2) / v(t)=d(t)+ξ2) I6(v(t) / v'(t+τ))] I7(f(u'(t+τ),v'(t+τ)) / x(t)) A(E) (3)

Алгоритмічна модель послідовного виконання в алгебраїчному вигляді має вигляд:

M2=A(B) Im1(a(t)/ $A\,sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]$,ε1) I2(f(a(t),ξ1)/u(t)=a(t)+ξ1) I3(u(t)/u’(t+τ)) Im4(d(t+τ)

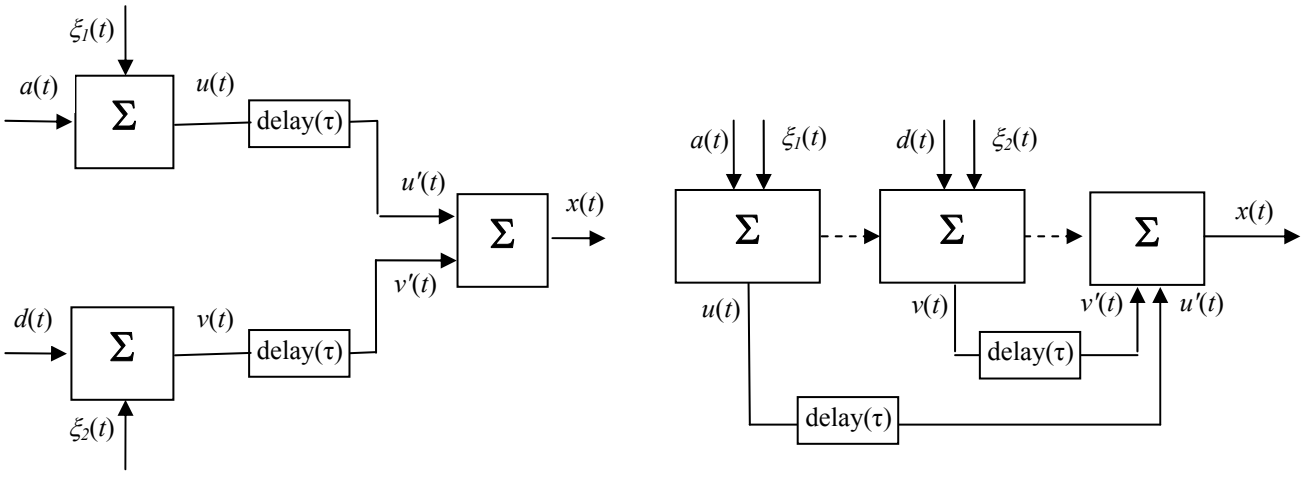

Рис.2. Приклад системи обробки

/ $D\,sin\left[\omega\left(t+2\tau\right)\right]$,ε3) I5 (f(d(t+ τ),ξ2) / v(t+ τ)=d(t +τ)+ξ2) I6(v(t+ τ) / v’(t+2τ)) I7(f(u’(t+ τ),v’(t+2 τ)) / x(t)) A(E) (4)

Алгоритмічні моделі (4) та (3) в операторній формі будуть мати вигляд:
b1(x) = F7(2,+)[F6(n,gτ) [F5(2,+)[β(ξ2) , F4(2, +)[b(d), b(ε2)]]] , F3(n, gτ)[F2(2, +)[b(ξ1), F1(2, +)[b(a), b(ε1)]]
b2(x) = F7(2,+)[F6(n,g 2τ) [F5(2,+)[β(ξ2) , F4(2, +)[b(d), b(ε2)]]] , F3(n, gτ)[F2(2, +)[b(ξ1), F1(2, +)[b(a), b(ε1)]]

Нехай сигнали, що поступають на входи алгоритмів мають вигляд:

$$a(t) = A\sin\omega t\,,\quad d(t) = D\sin\omega t$$

На входи також поступає білий нормальний шум ξ_1 та ξ_2. В умовах визначеності (за відсутності шуму) результат отримується за допомогою R-моделі. Для схем рис. 2, а, б отримуємо:

а) $A\,sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]+D\,sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]=\left(A+D\right)sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]$, звідки $Y_1=\left(A+D\right)$

б) $A\,sin\left[\omega\left(t+\tau\right)\right]+B\,sin\left[\omega\left(t+2\tau\right)\right]=\sqrt{A^2+2AB\cos\left(\omega\tau\right)+B^2}\;sin\left[\omega t+\phi\right]$, звідки

$Y_2=\sqrt{A^2+2AD\cos\left(\omega\tau\right)+D^2}$

Очевидно, в умовах визначеності алгоритмічні моделі (4) і (3) не еквівалентні.

В умовах невизначеності (за наявності шуму) результат перетворень отримуємо за допомогою G-моделі, яка дозволяє визначити функції невизначеності результатів $\beta(Y_1^*)$ і $\beta(Y_2^*)$

а) $Y_1^*=\left(A+D\right)+\xi_1+\xi_2$

б) $Y_2^*=\sqrt{A^2+2AD\cos\left(\omega\tau\right)+D^2}+\xi_1+\xi_2$

За умови нормального білого шуму функції невизначеності результатів будуть гаусіанами з середніми значеннями відповідно Y1 і Y2 і дисперсіями $D_{Y^*}=\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2$.

Вірогідність співпадання результатів в умовах невизначеності

$$B\left(Y_1^*=Y_2^*\right)=\int_{-(A+B)}^{+(A+B)}\left[\frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2}}e^{-\frac{(Y-Y_1)^2}{2\left(\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2\right)}}\right]\left[\frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2}}e^{-\frac{(Y-Y_2)^2}{2\left(\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2\right)}}\right]dY=\frac{1}{2\sqrt{2}\pi\cdot\sigma}e^{-\left(\frac{y_1-y_2}{2\sigma}\right)^2}$$

Залежність ступеня еквівалентності моделей (3) і (4) в умовах невизначеності від часу виконання операцій і дисперсії шуму наведена на рис.3. З рис.3 видно, що при взятих для прикладу параметрах сигналів і швидкодії блока $0.15<\tau<0.25$ вірогідність спів падання результатів для систем рис.2,а і рис 2,б має максимум при сумарній дисперсії шуму $\sigma=0.1$.

З аналізу еквівалентності моделей випливає, що за певних умов послідовна система, яка може бути реалізована з меншою кількістю апаратних засобів, є еквівалентною паралельній системі, причому степінь еквівалентності може бути збільшена штучним введенням невизначеності.

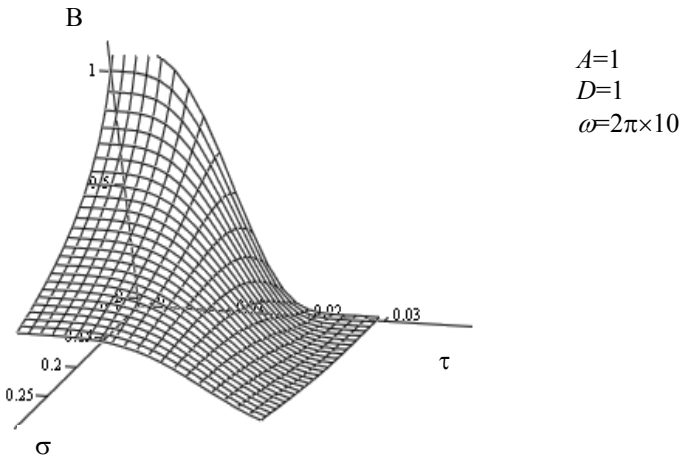

Рис.3. Залежність ступеня еквівалентності моделей в умовах невизначеності від дисперсії шуму

Висновки

Дослідження показали, що алгоритми, які не еквівалентні у визначених умовах, можуть бути еквівалентними у невизначених умовах, причому степінь еквівалентності може бути збільшена штучним введенням невизначеності. Отже, за певних умов введення додаткової штучної невизначеності є корисним для покращення ефективності інформаційних систем. Введено критерій оцінювання ефективності систем, який включає кількість інформації, яку забезпечує система та вартість системи.

Література:

[1] Дубовой В.М., Никитенко О.Д. Визначення вимог до структури підсистеми керування вимірювально-обчислювальної системи//Вісник Хмельницького національного університету. – 2005.– №4 Ч.1,Т.1(68), с.115-118.

[2] Цапенко М.П. Измерительные информационные системы: Структуры и алгоритмы, системотехническое проектирование. Учебн. Пособие для вузов. – 2-е. изд. перераб. и доп. – М.:Энергоатомиздат, 1985. – 439с.

[3] Дубовой В.М., Никитенко О.Д. Застосування алгоритмічної моделі до оптимізації інформаційно-обчислювальних систем в умовах невизначеності// Вісник ВПІ -№6.–2006 р

[4] Ляпунов А. А. О логических схемах программ // Проблемы кибер нетики: Сб. статей. Вып.1.—М.: Фнзматгнз, 1958.—С. 46—74.

[5] Глонь О.В., Дубовой В.М. Моделювання систем керування в умовах невизначеності. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 169с.