О СОВМЕСТНОЙ РАЗРАБОТКЕ ИЗОЛИРОВАННЫХ ГАЗИРОВАННЫХ ЖИДКОСТНЫХ ПЛАСТОВ

Рамиз Кадыров

Гипроморнефтегаз, Аз10012, Баку, пр.Зардаби,8, тел.: (+994 12) 431- 90 – 05, E-mail: gramiz@aport.ru

Abstract

The author has solved a problem of nonstationary gasified liquid influx to a system of wells drilling simultaneously in several heterogeneous isolated reservoirs. The problem has solved by the method of finite differences. The total production of every well received from all reservoirs was known and bottom hole pressures of wells in all reservoirs were assumed as equal ones. In the case of two reservoirs with the equality of their initial reserves the numerical solution of the problem was found. A regularity of the change with time of the well production, bottom hole pressure, average pressure and contour pressure in every reservoir was determined.

Исследованиям, связанным с определением характеристик разработки газированных жидкостных многопластовых месторождений с учетом и без учета связи между пластами при различных законах фильтрации посвящен мало работ. В данной работе в декартовых координатах рассматривается задача о нестационарном притоке нефти и газа при режиме растворенного газа к скважинам, вскрывающих одновременно несколько неоднородных по проницаемости вдоль площади изолированных пластов, отличающихся по физико-геологическим свойствам. Методика расчета нестационарной фильтрации газированной жидкости при совместной разработки нескольких круговых пластов освещена в работе [3]. Известен общий дебит скважины, полученный из всех пластов, и считается, что забойные давления скважины во всех пластах равны. Задача решена методом конечных разностей. Для простоты рассматривается одномерная задача.

Пусть p_i (x, t), p_{0i} (x), σ_i(x, t), $\sigma_{0\,i}$(x) – означают соответственно давления и нефтенасыщенности, соответственно в произвольной точке i-го пласта при текущем времени t и при начальном времени t=0, $q_{н,i,\nu}$(t) - дебит нефти i-го пласта по ν-ой скважине, $k_{нi}(\sigma)$ и $k_{гi}(\sigma)$– фазовые проницаемости, соответственно нефти и газа в произвольной точке i-го пласта при текущем времени t, k_0 – абсолютная проницаемость пласта, $\mu_н$(p) и $\mu_г$(p) - вязкости, соответственно нефти и газа в произвольной точке i-го пласта при текущем времени t, β (p) - объемный коэффициент нефти, $\rho_{гi}$(p) и $\rho_{г0}$ - плотность газа в произвольной точке i-го пласта при текущем времени t и в нормальном условии, s(p) - растворимость газа в нефти, Г - газовый фактор, m – пористость, h, L и B – толщина, длина и ширина контура залежи, t - время разработки.

С учетом способа распределенного дебита данная задача расчета изменения пластового давления, насыщенности нефти и дебита скважин в многопластовых залежах приводится к интегрированию уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x^*}\left[\left(\frac{\rho^*_{гi}(p_i)k^*_{г,i}(\sigma_i)}{\mu^*_г(p_i)}+\frac{s(p_i)k^*_{н,i}(\sigma_i)}{\mu^*_н(p)\beta(p_i)}\right)\frac{\partial p^*_i(x,t)}{\partial x^*}\right]= \tag{1}$$

$$=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\rho^*_{гi}(p_i)(1-\sigma_i(x,t))-\frac{s(p_i)}{\beta(p_i)}\sigma_i(x,t)\right],$$

$$\frac{\partial}{\partial x^*}\left(\frac{k^*_{н,i}(\sigma_i)}{\mu^*_н(p_i)\beta(p_i)}\frac{\partial p^*_i(x,t)}{\partial x^*}\right)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\sigma_i(x,t)}{\beta(p_i)}\right)+Q_0\sum_{\nu=1}^{n}f_{i\nu}, \tag{2}$$

$$p^*_i=p^*_{0,i},\quad \sigma_i=\sigma_{0,i},\quad \text{при}\quad t=0, \tag{3}$$

$$q^*_{н,1,\nu}+q^*_{н,2,\nu}+\ldots+q^*_{н,s_i,\nu}=q^*_{н,\nu}, \tag{4}$$

$$p^*_1=p^*_2=\ldots=p^*_{s_i},\quad \text{при}\quad x=x_\nu,$$

$$\frac{\partial p^*_i(x,t)}{\partial x}=0,\quad \text{при}\quad x=x_к \tag{5}$$

при следующих безразмерных величинах:

$$x^* = \frac{x}{L},\ p_i^* = \frac{p_i}{p_0},\ \rho_{\text{г}i}^* = \frac{\rho_{\text{г}i}}{\rho_{\text{г},0}},\ \mu_{\text{н}}^* = \frac{\mu_{\text{н}}}{\mu_0},\ \mu_{\text{г}}^* = \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_0},$$
$$k_{\text{н},i}^*(\sigma) = \frac{k_{\text{н},i}(\sigma)}{k_0},\ k_{\text{г},i}^*(\sigma) = \frac{k_{\text{г},i}(\sigma)}{k_0},\ q_{\text{н},i,\nu}^* = \frac{q_{\text{н},i,\nu}}{q_0}, \tag{6}$$
$$B^* = \frac{B}{L},\ h_i^* = \frac{h_i}{L},\ \tau = \frac{p_0\, k_0 t}{m_0 L^2 \mu_0},\ Q_0 = \frac{\mu_0 q_0}{p_0\, k_0 L},$$

где, величины с нулевыми индексами являются характерными величинами (например, p_0=p_0 Мра , μ_0=1 Мра сек и т.д.), x_ν –точки скважин, x_k – точка контура залежи, ν=1,2,…,n; i=1,2,.., s_i; n – число скважин, s_i - число изолированных пластов. Через $f_{i,\nu}$ обозначена безразмерная функция, характеризующая плотность распределения дебитов скважин по газированной жидкости залежи. В зонах распределения дебитов скважин $f_{i,\nu}$ принимает значение $\frac{q^*_{\text{н},i,\nu}}{B^*\Delta x^* h_i^*}$, а в остальной части залежи обращается в нуль, где Δx^* - шаг сетки. В дальнейшем звездочки для простоты будем опускать.

Для численного решения система (1)-(5) преобразовывалась методом исключения неизвестных, которыми являются производные от давления и насыщенности по времени. Тогда уравнение относительно давления получается следующим образом: из уравнения, полученного суммированием (1) и (2), исключались величины $\partial\sigma/\partial t$ с помощью уравнений (2) [1-4].

При численном решении для пространственной координаты используется равномерная сетка:

$$\omega_l = \{x_l = l\Delta x,\ \ l = 0,1,2,...,N\},$$

а для временной координаты - неравномерная сетка.

В результате аппроксимации и линеаризации полученной задачи получены системы разностных уравнений с матрицами отличными от трехдиагональных. Необходимо преобразовать основную матрицу этой системы в такую матрицу, к которой можно было бы применить устойчивой метод прогонки. Допустим, что узлами скважин являются $\{(l_\nu)/\nu=1,2,\ldots,n\}$. Тогда получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} A_{i,l}^{(k)} p_{i,l-1}^{(k+1)} - C_{i,l}^{(k)} p_{i,l}^{(k+1)} + B_{i,l}^{(k)} p_{i,l+1}^{(k+1)} = -F_{i,l}^{(k)}, & q_{\text{н},1,\nu}^{(k+1)} + q_{\text{н},2,\nu}^{(k+1)} + \ldots + q_{\text{н},s_i,\nu}^{(k+1)} = q_{\text{н},\nu}^{(k+1)}, \\ p_{i,0}^{(k+1)} = \chi_{i,1} p_{i,1}^{(k+1)} + \mu_{i,1}, & \\ p_{i,N}^{(k+1)} = \chi_{i,2} p_{i,N-1}^{(k+1)} + \mu_{i,2}, & p_{1,l_\nu}^{(k+1)} = p_{2,l_\nu}^{(k+1)} = \ldots = p_{s_i,l_\nu}^{(k+1)}, \end{cases} \tag{7}$$

Первые три уравнения системы (7) являются видоизменением системы аппроксимации исходной задачи. Здесь, $p_{i,l}^{(k+1)}$ характеризует пластовое давление в точке i-го с координатой $(l\Delta x)$ в (к+1)-й момент времени, $\chi_{i,1}, \chi_{i,2}$ и $\mu_{i,1}, \mu_{i,2}$ - функции граничного условия.

Чтобы иметь возможность применить метод прогонки к решению этой системы, сначала надо исключить $q_{\text{н},i,\nu}$ из числа неизвестных величин.

С этой целью используя формулы встречной прогонки и граничные условия (4)-(5) составим новую систему (состоящую из 4n уравнений с 4n неизвестными в случае двух пластов, где n число скважин):

$$\begin{cases} p_{0,i} = \dfrac{\beta_{i,l_\nu+1} + \alpha_{i,l_\nu+1}\eta_{i,l_\nu+1}}{1 - \alpha_{i,l_\nu+1}\xi_{i,l_\nu+1}}, \\ q_{\text{н},1,l_\nu} + q_{\text{н},2,l_\nu} = q_{\text{н},l_\nu} \\ p_{1,l_\nu} = p_{2,l_\nu}, \nu = 1,2,...,n \end{cases} \tag{8}$$

где p_{i,l_ν} - давления на узле скважины, $q_{\text{н},i,l_\nu}$ - неизвестные дебиты. Здесь первый индекс (после индекса «н») указывает номер пласта, а второй индекс - номер узла сетки.

В системе (8) $\alpha_{i,l_\nu}, \beta_{i,l_\nu}, \xi_{i,l_\nu}$ и η_{i,l_ν} – прогоночные коэффициенты системы (7). При этом коэффициенты $\alpha_{i,l_\nu}, \xi_{i,l_\nu}$ определяются обыкновенным образом:

$$\alpha_{i,l+1} = \frac{B_{i,l}}{C_{i,l} + \alpha_{i,l} A_{i,l}}, l = 1,2,...,N; \qquad \xi_{i,l} = \frac{A_{i,l}}{C_{i,l} - \xi_{i,l+1} B_{i,l}}, l = N-1, N-2,...,1.$$

Но, в формулах определения коэффициентов β_{i,l_ν} и η_{i,l_ν} фигурирует неизвестные дебиты. Поэтому в этих формулах они должны выделятся. Допустим, узлы скважин расположены по l1, l2,…,ln. Тогда

$$\beta_{i,l_1+1} = \beta^0_{i,l_1+1} - Q_0 q_{\text{н},i,l_1} \frac{\alpha_{i,l_1+1}}{\beta_{i,l_1+1}},$$

где

$$\beta^0_{i,l+1} = \frac{F^0_l - A_l \beta^0_{i,l}}{C_l - A_l \alpha_{i,l}}, l = 1,2,...,N; \quad \beta^0_{i,1} = \mu_{i,1}, \quad F^0_l = \frac{\Delta x^2}{\Delta \tau_k} p^{(k)}_{i,l}$$

Следующие β_{i,l_ν} определяется так:

$$\beta_{i,l_2} = \beta^0_{i,l_2+1} - Q_0 q_{\text{н},i,l_2} \frac{\alpha_{i,l_2+1}}{\beta_{i,l_2+1}} - Q_0 q_{\text{н},i,l_1} \prod_{m=l_1+1}^{l_2} A_m \prod_{m=l_1}^{l_2} \frac{\alpha_{i,l_m+1}}{\beta_{i,l_m}},$$

$$\beta_{i,\text{ln}} = \beta^0_{i,l_n+1} - Q_0 q_{\text{н},i,l_n} \frac{\alpha_{i,l_n+1}}{\beta_{i,l_n+1}} - Q_0 q_{\text{н},i,l_{n-1}} \prod_{m=l_n-1}^{l_n} A_m \prod_{m=l_n-1}^{l_n} \frac{\alpha_{i,l_{m+1}}}{\beta_{i,l_m}} -$$

$$- ... - Q_0 q_{\text{н},i,l_2} \prod_{m=l_2+1}^{l_n} A_m \prod_{m=l_2}^{l_n} \frac{\alpha_{i,l_{m+1}}}{\beta_{i,l_m}} - Q_0 q_{\text{н},i,l_1} \prod_{m=l_1+1}^{l_n} A_m \prod_{m=l_1}^{l_n} \frac{\alpha_{i,l_{m+1}}}{\beta_{i,l_m}}$$

Левые прогоночные коэффициенты η вычисляются аналогичны.

Отсюда для определения q_{11} и q_{21} (n=1) получается следующая формула:

$$q_{i,1} = \frac{2B_{i,l_1}(1 - \alpha_{i,l_1+1}\beta_{i,l_1+1})}{Q_0 \alpha_{i,l_1+1}} (p^0_{i,l_1} - p_i), i = 1,2;$$

где p_i – забойное давление единственной скважины.

Но, при больших значениях n решение системы (8) сопровождается громоздкими формулами и сложными вычислениями.

После определения дебитов находим остальные неизвестные, т.е. распределения давлений и насыщенностей и другие параметры [2]. Устойчивость и сходимость предлагаемого алгоритма доказываются методом вычислительного эксперимента [1,5].

$$p^0_{i,l_1} = \frac{\beta^0_{i,l_1+1} + \alpha_{i,l_1+1}\eta_{i,l_1+1}}{1 - \alpha_{i,l_1+1}\xi_{i,l_1+1}}, \quad p_i = \frac{p^0_{1,l_1} a_1 + p^0_{2,l_1} a_2 - 1}{a_1 + a_2}, \quad a_i = \frac{2B_{i,l_1}(1 - \alpha_{i,l_1+1}\xi_{i,l_1+1})}{Q_0 \alpha_{i,l_1+1}}, i = 1,2;$$

Согласно этим алгоритмам были составлены программы на С++ и определены характеристики разработки залежи (рис.1). Расчеты проводились для залежи, состоящей из двух изолированных пластов где, использованы следующие исходные данные:

	$p_{0,1} = p_{0,2} = 10$ МПа, $\mu_н = 0.00088$ Пас, $\mu_г = 0.000028$ Пас, $k_{0,1} = 0.5$мкм^2, $k_{0,2} = 0.5, 0.05, 0.005$ мкм^2, $h_1 = h_2 = 10$ м, $m = 0.2$, $L = 350$ м, $q_0 = 2/864, 5/864 \frac{м^3}{с}$	(9)

Неизвестные коэффициенты $k_{н,i}(\sigma), k_{г,i}(\sigma), \mu_н(p), \mu_г(p), \beta(p)$ и $s(p)$ определены экспериментально.

На рис. 1 сравниваются изменения давления и нефтенасыщенности на контуре залежи и на скважине, дебиты и газовые факторы скважины по пластам при следующих исходных данных: общий дебит=500 м^3/сут; абсолютные проницаемости 1-го и 2-го пластов=0,5 мкм^3; 0,05 мкм^3.

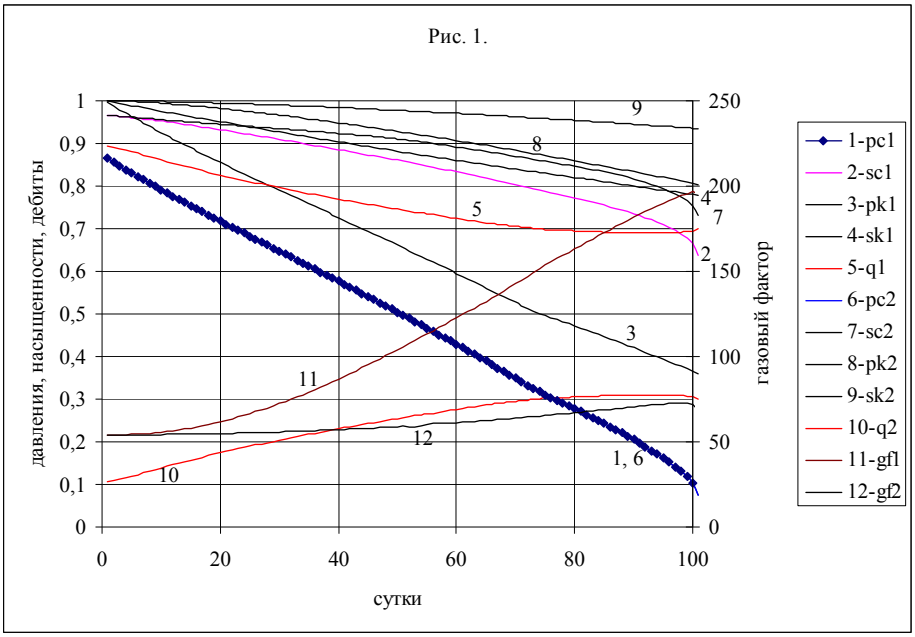

Рис.1. Сравнение изменений давления и нефтенасыщенности на контуре залежи

На этих рисунках использованы следующие обозначения:

1- забойное давление по первому пласту, 2- насыщенность на скважине по первому пласту, 3- контурное давление в первом пласте, 4- насыщенность на контуре в первом пласте, 5-дебит по первому пласту, 6- забойное давление по второму пласту, 7- насыщенность на скважине по второму пласту, 8- контурное давление во втором пласте, 9- насыщенность на контуре во втором пласте, 10-дебит по второму пласту, 11- газовый фактор по первому пласту, 12 - газовый фактор по второму пласту.

Результат многочисленных расчетов показывает, что в залежи состоящей из двух однородных, но с различными проницаемостями пластов, дебиты скважин имеют одинаковую закономерность изменения в каждом пласте, но они отличаются по абсолютным значениям. Значительная доля общего дебита относится к первому пласту, где абсолютная проницаемость больше. То же самое относится к значению газового фактора. Но, контурные давления и насыщенности быстро падают в первом пласте, как и ожидалось. При меньшом общем дебите значения дебитов, полученные из первого и второго пластов, приближаются друг к другу, несмотря на большое различие проницаемостей пластов.

В предельном случае, когда суммарные дебиты скважин равны нулю, при разных начальных пластовых давлениях до момента их уравновешивания, газированная жидкость перетекает из одного пласта в другой.

Литература:

[1] Азиз Х. Сеттари К. Математическое моделирование пластовых систем.–М., «Недра», 1982.- 407 с.
[2] Кадыров Р.Н. Численное решение задачи о неустановившемся движении газированной жидкости с учетом релаксации горных пород. Proceedings of the Fifth International Conference “Internet-Education-Science – 2006 (IES-2006), Volume 2, 10-14 October, 2006, Vinnytsia – UKRAINE. c. 721-726.
[3] Кадыров Р.Н. Численное решение задач совместной фильтрации нефти и газа. Труды Всероссийской конференции. «Математические методы в технике и технологиях» - Саратов, ММТТ-21, 2008. http://mmtt21.sstu.ru/
[4] Кац Р.М. Об одном разностном методе решения уравнений многофазной фильтрации Маскета-Мереса. – Сб. науч. тр. Всесоюз. нефтегаз.науч.-исслед. ин-т, вып.76, с.42-51.
[5] Самарский А.А. Теория разностных схем. - М., «Наука», 1977.- 656 с.