ЕФЕКТИВНІ МЕТОДИ НОРМАЛІЗАЦІЇ ВЕКТОРІВ НОРМАЛЕЙ

Вікторія Войтко, Оксана Романюк

Вінницький національний технічний університет,
21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95; тел. 8 (0432) 59-84-83.
Вінницький національний технічний університет,
21021, м. Вінниця, вул. Хмельницьке шосе, 95; тел. 8 (0432) 65-85-06, e-mail:oksana_gelika.mail.ru

Анотація

В даній статті проводиться аналіз ефективних методів нормалізації векторів нормалей для задач комп'ютерної графіки, який показав, що значно вищу продуктивність у порівнянні з класичною нормалізацією забезпечують методи нормалізації, що використовують квадратичну інтерполяцію та сферично-кутову інтерполяцію, що суттєво підвищує швидкодію зафарбовування тривимірних зображень. Продуктивність даних методів нормалізації досягається за рахунок апроксимації рядами Чебишева, що хоч і призводить до незначних похибок, але забезпечує покращення часу знаходження векторів нормалей на рівні 1,7-2,5 разів.

Наведено основні методи визначення векторів нормалей для поверхонь, що задані аналітично та у вигляді полігональних даних.

Вступ

В комп'ютерній графіці для досягнення фотореалістичності необхідно точно відтворити властивості поверхні та фізично правильно описати ефекти освітлення на сцені. Так, однією з базових операцій, яка дозволяє здійснити це, є знаходження векторів нормалі. Розрахунок векторів нормалі є невід'ємною складовою більшості методів формування шорстких та рельєфних поверхонь [1,2].

Векторами нормалей задаються позиції спостерігача і джерела світла. А також вектор нормалі до поверхні задає її локальну кривизну. Так, при зафарбовуванні методом Фонга вздовж стрічки сканування інтерполюються значення векторів нормалей, які потім використовуються в моделі освітлення Фонга (яка все ще залишається дуже популярною та широко використовується в комп'ютерній графіці) для обчислення дифузної та спекулярної складової освітленості точки поверхні. При цьому досягається краща локальна апроксимація кривизни поверхні і, відповідно, отримується більш реалістичне зображення.

Згідно формули зафарбовування необхідна нормалізація векторів нормалі. Нормалізація вектора нормалі [3] потребує виконання трьох операцій ділення, трьох операцій множення, двох операцій додавання і операцію знаходження квадратного кореня. У зв'язку з цим можна констатувати, що векторні операції займають вагому частину обчислювального процесу. Таким чином актуальним питанням є спрощення процедури нормалізації з метою її апаратної реалізації.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є аналіз методів нормалізації векторів нормалей для використання в задачах комп'ютерної графіки.

Вектор нормалі. Знаходження вектора нормалі

Вектор нормалі, або нормаль до плаской поверхні – це вектор, перпендикулярний до цієї поверхні. Нормаль до непласкої поверхні в деякій точці є вектором, перпендикулярним до дотичної площини до цієї поверхні в цій точці (див. рис. 1). В комп'ютерній графіці вектор нормалі використовують для імітації геометричних деталей на пласких поверхнях.

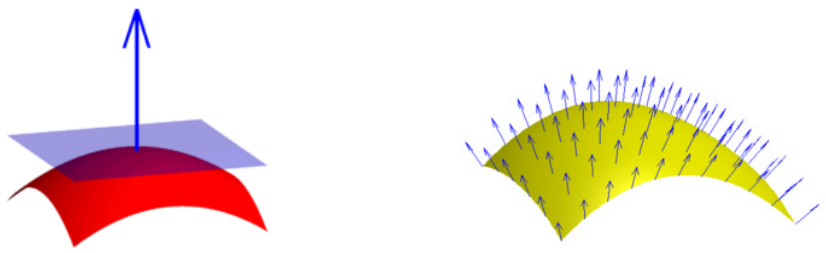

Рис.1. Визначення вектора нормалі для непласких поверхонь

На ідеальній сфері, наприклад, нормаль до точки поверхні має той же напрямок, що й вектор з центру сфери в цю точку. Для інших типів поверхонь існують інші кращі способи знаходження нормалей, які залежать від того, яким чином задається поверхня. В багатьох випадках для моделі існує точний математичний опис, і в кожній точці може бути обчислений вектор істинної нормалі. Використання істинних нормалей суттєво покращує результат візуалізації.

Знаходження нормалей для аналітичних поверхонь

Аналітичні поверхні – це плавні поверхні, які описуються математичним рівнянням (або деяким набором рівнянь). В багатьох випадках, нормалі простіше знаходити для аналітичних поверхонь, для яких наявний вичерпний опис в такій формі:

$$V(s, t) = [X(s, t)\ Y(s, t)\ Z(s, t)],$$

де s і t визначені в деякому просторі, а X, Y і Z – диференційовані функції двох змінних. Для того, щоб знайти нормаль, необхідно обчислити часткові похідні $\frac{\partial V}{\partial s}$ і $\frac{\partial V}{\partial t}$, які є векторами, дотичними до поверхні у напрямках s і t. Їх векторний добуток $\frac{\partial V}{\partial s} \times \frac{\partial V}{\partial t}$ і буде вектором нормалі. Наступна формула відображає процес обчислення векторного добутку двох векторів:

$$\left[v_x v_y v_z\right] \times \left[w_x w_y w_z\right] = \left[\left(v_y w_z - w_y v_z\right)\left(v_z w_x - w_z v_x\right)\left(v_x w_y - w_x v_y\right)\right] \quad (1)$$

Знаходження нормалей за полігональними даними

Якщо поверхні задані у вигляді полігональних даних, то для того, щоб вони виглядали гладкими, а не сегментованими, потрібно обчислювати нормалі до поверхні для кожного полігонального фрагмента поверхні, а потім усереднити нормалі сусідніх фрагментів. Для того, щоб знайти вектор нормалі для плаского полігона потрібні три будь-які вершини полігона v_1, v_2 і v_3, які не лежать на одній прямій. Векторний добуток $\left[v_1 - v_2\right] \times \left[v_2 - v_3\right]$ і буде нормаллю до полігона. (Як правило, результуючий вектор потрібно нормалізувати). Потім потрібно усереднити нормалі сусідніх полігонів, щоб не надавати більше ваги одному з них. Однак, в деяких моделях бувають плавні частини і гострі кути. В такому випадку не потрібно усереднювати нормалі сусідніх полігонів, а навпаки – полігони з однієї сторони ребра повинні бути нарисовані з використанням однієї нормалі, а з другої сторони – з використанням іншої нормалі.

Аналіз методів нормалізації векторів нормалі

Науковцями фірми VIDIA було отримано формулу [4] для наближеної нормалізації векторів нормалей з використанням одного кроку ітерації Ньютона-Рафсона

$$\vec{N}_n = \frac{\vec{N}}{3}(3 - \vec{N} \cdot \vec{N}). \quad (2)$$

Розрахунок згідно наведеної формули вимагає однієї операції ділення, 6 операцій множення та 3 операцій типу додавання. Великі абсолютні похибки визначення ортогональних складових вектора обмежує використання формули для задач зафарбовування.

Згідно з підходом Р.Ліона вираз $1/\sqrt{\vec{N} \cdot \vec{N}}$, який використовується для нормалізації вектора нормалі $\vec{N}$, розкладають у ряд Тейлора і обмежуються першими трьома членами. Тоді [5]

$$\vec{N}_n = \vec{N}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\left(\vec{N} \cdot \vec{N}\right) - 1\right) + \frac{3}{8}\left(\left(\vec{N} \cdot \vec{N}\right) - 1\right)^2\right). \quad (3)$$

Формула хоча і придатна для апаратної реалізації, але не забезпечує прийнятної точності.

Інтерполяцію одиничних векторів нормалей між початковим $\vec{N}_a$ та кінцевим $\vec{N}_b$ векторами, які мають одиничну довжину, можна виконати за формулою

$$\vec{N}(w) = \vec{N}_a \frac{\sin((1-w)\psi)}{\sin\psi} + \vec{N}_b \frac{\sin(w\psi)}{\sin\psi}, \quad (4)$$

де $w \in [0, 1]$, а ψ - кут між векторами нормалей $\vec{N}_a$ та $\vec{N}_b$.

Однак, суттєвим недоліком методу є необхідність розрахунку тригонометричних функцій sin, arccos як для знаходження конкретного вектора нормалі, так і для розрахунку невідомих параметрів w та ψ. Крім того, розрахунок $\vec{N}(w)$ передбачає виконання в циклі нормалізації операції ділення.

У роботі [6] запропоновано використовувати принцип дихотомії для проведення нормалізації векторів нормалей шляхом послідовного поділу навпіл кута між векторами нормалей у початковій та кінцевій точках рядка растеризації трикутника. Загальна формула має вигляд

$$\vec{N}_{\left(1/2^{n+1}\right)} = \frac{\vec{N}_a + \vec{N}_{1/2^n}}{\sqrt{2 + z_{2^n}}}, \tag{5}$$

де $\vec{N}_a$ - початковий вектор; позначення $\left(1/2^n\right)$ означає кількість сегментів, які отримано на n - ітерації при послідовному поділі навпіл сегментів рядка растеризації трикутника за умови, що при $n = 0$ сегмент дорівнює рядку растеризації; $z_{2^n} = \sqrt{2(1 + cos\frac{\psi}{2^{n-1}})}$; ψ - кут між векторами нормалей $\vec{N}_a$ (початковим) та $\vec{N}_b$ (кінцевим).

На кожній ітерації для знаходження знаменника виконується лише одна операція додавання та одна операція визначення квадратного кореня.

Перевагою даного методу є те, що вираз $\frac{1}{\sqrt{2 + z_{2^n}}}$ можна апроксимувати рядом Чебішева, що забезпечує незначні похибки апроксимації. При використанні багаточлена першої степені $\frac{1}{\sqrt{2 + z_{2^n}}} \approx -0{,}07 \cdot z_{2^n} + 0{,}64$, максимальна абсолютна похибка апроксимації не перевищує 0,0005, а відносна 0,12 %. Дану формулу доцільно використовувати для екранів із невеликою роздільною здатністю, для яких трикутники, які складають поверхню тривимірного об'єкту, мають незначні розміри.

При використанні багаточлену другої степені $\frac{1}{\sqrt{2 + z_{2^n}}} \approx 0{,}014 \cdot z^2{}_{2^n} - 0{,}119 \cdot z_{2^n} + 0{,}681$, максимальна абсолютна похибка апроксимації не перевищує $2 \cdot 10^{-5}$, а відносна 0,004 %. Аналіз показав, що при використанні цієї апроксимаційної формули час розрахунку вектору $\vec{N}_{\left(1/2^n\right)}$ зменшується в 2,5 разів порівняно з класичною реалізацією.

Інший метод нормалізації векторів нормалі, запропонований в роботі [7], передбачає використання квадратичної інтерполяції за умови, що відомо одиничні вектори нормалей у початковій та кінцевій точках і-того рядка растерізації трикутника. Проміжні значення векторів нормалей у рядку растеризації трикутника знаходяться за формулою

$$\vec{N}_{i,t} = \vec{G}_i \cdot t^2 + \vec{P}_i \cdot t + \vec{Q}_i. \tag{6}$$

Нехай $\vec{N}_{i,l}, \vec{N}_{i,p}, \vec{N}_{i,c}$ - відповідно вектори нормалей у лівій, правій та середній точках рядка растеризації трикутника. При $t = 0$ $\vec{N}_{i,l} = \vec{Q}_i$. У правій точці рядка растеризації $t = 1$, тому $\vec{N}_{i,p} = \vec{G}_i + \vec{P}_i + \vec{Q}_i$. Оскільки в середній точці рядка растеризації $t = 1/2$, то $N_{i,c} = \frac{\vec{G}_i}{4} + \frac{\vec{P}_i}{2} + \vec{Q}_i$. Після ряду перетворень можна знайти наступний вираз для знаходження вектору нормалі в середній точці:

$$\vec{N}_{i,c} = \frac{1}{\sqrt{2\left(1 + \vec{N}_{i,l} \cdot \vec{N}_{i,p}\right)}}\left(\vec{N}_{i,l} + \vec{N}_{i,p}\right). \tag{7}$$

Перевагою даного методу є можливість апроксимувати вираз $\frac{1}{\sqrt{2\left(1 + \vec{N}_{i,l} \cdot \vec{N}_{i,p}\right)}}$ поліномом Чебішева другої степені, що дозволяє зменшити час розрахунку вектора нормалі в середній точці рядка растеризації більш як в 2,5 рази. Аналіз показав, що при програмній реалізації запропонованого методу час розрахунку векторів нормалей для середнього трикутника зменшився в 2,8 разів порівняно з класичною реалізацією.

Для формування векторів нормалі можна використовувати і сферично-кутову інтерполяцію [8]. Даний метод доцільно використовувати за умови оперування з кутами над векторами нормалей. Проміжні значення векторів нормалі за цим методом визначаються за формулою:

$$\vec{N}(t) = \vec{N}_a \cdot cos(t \cdot \varphi) + \vec{N}_k \cdot sin(t \cdot \varphi), \tag{8}$$

де t - номер піксела вздовж рядка растеризації, $t \in [0, l]$; $\vec{N}_a$ - початковий вектор; $\vec{N}_k = \frac{\vec{N}_b - \vec{N}_a(\vec{N}_b \cdot \vec{N}_a)}{\sqrt{1-\left(\vec{N}_b \cdot \vec{N}_a\right)^2}}$ - нормований вектор нормалі; $\vec{N}_b$ - кінцевий вектор; $\varphi = \psi / m$ - кут між двома сусідніми векторами нормалей, де $\psi = \arccos(\vec{N}_a \cdot \vec{N}_b)$ і m - довжина рядка растеризації.

Дану формулу після ряду перетворень можна записати в ітераційній формі:

$$\vec{N}(t+1) = 2\vec{N}(t) \cdot cos\varphi - \vec{N}(t-1). \quad (9)$$

З останньої формули можна зробити висновок, що одиничний вектор нормалі при сферично-кутовій інтерполяції можна знайти через два попередніх значення.

Аналіз показав, що при програмній реалізації час розрахунку згідно формули (9) векторів нормалей середнього трикутника зменшився в 1,7 разів порівняно з обчисленням одиничних векторів нормалей шляхом кутової інтерполяції. Таким чином, можна констатувати, що досягається суттєве підвищення швидкодії зафарбовування поверхні.

Висновки

Знаходження векторів нормалі та здійснення їх нормалізації займає вагому частину процесу зафарбовування тривимірних зображень в задачах комп'ютерної графіки. Велика кількість науковців присвятили свої дослідження спрощенню процедури нормалізації векторів нормалей. Аналіз, проведений в даній роботі, показав, що на сьогодні найбільш ефективним методами нормалізації є методи, що використовують квадратичну інтерполяцію та сферично-кутову інтерполяцію за умови оперування з кутами над векторами нормалей, а також принцип дихотомії. Дані методи дозволяють покращити час розрахунку векторів нормалей від 1,7 до 2,8 разів у порівнянні з класичною нормалізацією, що в свою чергу суттєво підвищує швидкодію зафарбовування тривимірних зображень.

Література:

[1] BLINN, J. F. 1978. Simulation of wrinkled surfaces. Computer Graphics (SIGGRAPH '78 Proceedings) 12, 3, 286-292.

[2] DONELLY W.: Per-pixel displacement mapping with distance functions. In GPU Gems II, M. P., (Ed.). Addison-Wesley,2005, pp. 123–136.

[3] Романюк О. Н. Новий підхід до підвищення реалістичності зафарбовування тривимірних об'єктів за методом Гуро // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. - 2005. №2. -С. 106-109.

[4] Barrera T., Hast A., Bengtsson E. Fast Near Phong-Quality Software. Shading SCCG'06 full paper, 2006, pp 44-50.

[5] Lyon R.F. Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification // Apple Technical Report №43. - 1993.

[6] Романюк О. Н. Комбіноване використання бінарної та кодової лінійної інтерполяції для нормалізації векторів нормалей при зафарбовуванні тривимірних об'єктів // Вестник Херсонського национального технического университета. -2006. -№25. -С. 408-411.

[7] Романюк О. Н. Використання квадратичної інтерполяції для зафарбовування тривимірних графічних об'єктів // Реєстрація, зберігання і обробка даних. -2006. -Т. 8. - № 4. - С.31-37.

[8] Романюк О. Н. Реалізація рендерингу Фонга з використанням сферично – кутової інтерполяції / О. Н. Романюк, А. В. Чорний // Вісник Вінницького політехнічного інституту. - 2004. - № 3. - С. 66-71.