ВИКОРИСТАННЯ ЗАСОБІВ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У ПРОЦЕСІ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ

Вікторія Войтко[1], Людмила Круподьорова, Алла Денисюк, Олег Гавенко

Вінницький національний технічний університет
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна, тел.: (0432) 59-84-83,
E-mail: [1]vojtko@vstu.vinnica.ua

Анотація

Розроблено методику пошуку оптимальних рішень з використанням алгоритмів теорії графів, орієнтовану на пошук найкоротших шляхів між вершинами графа.

Вступ

Використання засобів теорії графів у процесі розв'язання задач оптимізації дозволяє алгоритмізувати процеси пошуку оптимальних рішень [1]. Такий підхід дозволяє розробляти втоматизовані системи розв'язання оптимізаційних задач.

Метою роботи є автоматизація процесів пошуку оптимальних рішень з використанням засобів теорії графів.

Під об'єктом дослідження розуміємо задачі пошуку оптимальних рішень. Предметом дослідження постають можливості застосування засобів теорії графів у процесі розв'язання оптимізаційних задач.

Основними задачами роботи вбачаємо вибір і удосконалення алгоритмів пошуку оптимальних рішень з використанням теорії графів та розробку програмного середовища автоматизованого розв'язання оптимізаційних задач.

1 Розробка методу пошуку оптимальних рішень з використанням засобів теорії графів

Проблема пошуку оптимальних рішень є базовою у різних галузях науки і техніки і потребує розробки засобів ефективного вирішення. Часто оптимізаційні задачі можна звести до формалізованого вигляду і взаємозв'язок складових частин математичної моделі подати у вигляді графа [1,2]. Такий підхід дозволяє використовувати алгоритми і засоби теорії графів у процесі пошуку оптимальних рішень і мінімізації аналітичних моделей критеріїв оптимальності. Розв'язок задачі тоді зводиться до пошуку найкоротших шляхів між вершинами графа.

Добре відома задача комівояжера, що передбачає акумулювання фізичного змісту вершин і ребер графа, дозволяє обрати найкоротший маршрут комівояжера, який виходить і повертається до вихідного міста так, щоб обов'язково відвідати решту пунктів лише один раз. До такої задачі можна звести велику кількість оптимізаційних задач у різних галузях людської діяльності: в економіці, проектуванні, народному господарстві, тощо. Наприклад, фірми, які надають послуги перевезення вантажів, можуть використовувати даний метод для зменшення енергетичних витрат за рахунок визначення оптимального шляху.

Таким чином, широке коло оптимізаційних задача зводиться до опису математичної моделі системи за допомогою засобів теорії графів з визначенням фізичного змісту масиву вершин та дуг, що їх сполучають. Оптимальне рішення тоді може бути знайдене за визначеним алгоритмом теорії графів з допомогою автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень:

- Пошук найкоротшого шляху між двома вершинами графа - використовується алгоритм Дейкстрі, який потребує найменше часових затрат порівняно з подібними алгоритмами.
- Пошук найкоротших шляхів між усіма вершинами графа - здійснюється за допомогою алгоритма Флойда.
- Пошук шляху комівояжера – базується на використанні удосконаленого алгоритму Флойда у процесі пошуку шляху комівояжера.

Вершини вхідного графа нумеруємо цілими числами від 1 до N. Позначимо через d_{ij}^m довжину найкоротшого шляху з вершини í в j, який в якості проміжкових варіантів може містити тільки перші m вершин. Якщо між вершинами í та j не існує жодного шляху, то умовно будемо вввважати d_{ij}^m рівним нескінченості. Для будь-якої вершини í поставимо d_{ii}=0, позначивши через D^m матрицю розміром N*N. Якщо у графа відомими є довжини кожної дуги, то можемо сформувати матрицю D^0. У процесі розв'язку задачі необхідно знайти матрицю D^m, яка містить найкоротші шляхи між усіма вершинами графа.

Алгоритмізований процес пошуку матиме вигляд:

Крок 1

Нумеруємо вершини вхідного графа цілими числами від 1 до N. Знаходимо матрицю D^0, задавши величину кожного її елемента (i,j) рівною довжині найкоротшої дуги, що з'єднує вершини i та j. Якщо у графі вказані вершини не з'єднуються дугами, покладаємо d_{ij} рівним нескінченості. Крім того, для всіх i початково вважаємо d_{ii} =0.

Крок 2

Для цілого m, яке послідовно приймає значення 1,2,..., N, визначаємо за величиною елементів матриці D^{m-1} матрицю D^m, використовуючи рекурсивне співвідношення $d_{ij}^m = \min\{ d_{im}^{m-1} + d_{mj}^{m-1}, d_{ij}^{m-1} \}$.

Закінчення циклу виконання розглянутої процедури забезпечує величини елементів матриці D^m значеннями найкоротших шляхів.

2. Розробка автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень

Автоматизована система пошуку оптимального рішення передбачає реалізацію множини підходів до отримання вхідних даних, вибір алгоритмів оптимізації графа та виведення результатів пошуку оптимального рішення (рис. 1). Блок введення даних дозволяє користувачеві отримувати вхідні дані одним із трьох способів:

- Введення набору репрезентативних даних - дані можна ввести за допомогою двохвимірної матриці, яка математично забезпечує опис графа.
- Графічне введення даних - дозволяє задати вершини графа і довжини дуг за допомогою графічного інтерфейсу програми та передбачає використання графічних засобів автоматизованої ідентифікації математичної моделі графа.
- Введення даних з файлу - забезпечує можливість конвертування і обробки даних, що зберігаються у файлі з визначеним форматом даних.

Блок вибору алгоритму розв'язання оптимізаційної задачі передбачає:

- Пошук найкоротшого шляху між двома вершинами графа.
- Пошук найкоротших шляхів між усіма вершинами графа.
- Пошук шляху комівояжера.

Блок розрахунку - виконує алгоритмізовану обробку даних у процесі пошуку оптимальних рішень.

Блок виведення результатів – забезпечує подання інформації у зручному форматі.

Рис.1. Модель автоматизованої системи пошуку оптимальних рішень

Висновок

Розроблена автоматизована система пошуку оптимальних рішень забезпечує вибір алгоритмів та засобів теорії графів у процесі вирішення низки оптимізаційних задач, формалізованих до пошуку найкоротших шляхів між вершинами графа.

Література:

[1] О. Оре Графы и их применение. - ЛКИ, 2008.- 350с.
[2] Ф.О. Харари Теория графов. - Едиториал, 2006.- 300с.