

УДК 681.3

Муфтеев В.Г., Марданов А.Р., Романюк А.Н., Турта В.Г., Фархутдинов И.М.

ПРОГРАММА ИЗОГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КРИВЫХ ЛИНИЙ ВЫСОКОГО КАЧЕСТВА. WEB-ПРИЛОЖЕНИЕ CAD-СИСТЕМ

Статья посвящена проблеме изогеометрического моделирования кривых линий высокого качества в САПР. Развивается теория определителей кривых в инженерной геометрии. Предлагается метод геометрически точной аппроксимации конической кривой (окружности, эллипса), посредством рациональной b-сплайновой кривой произвольной степени. Обосновывается перспективность разработки web-приложений CAD-систем и приводится описание разработанного web-приложения.

Введение

Геометрические параметры функциональных поверхностей являются определяющими для функциональных характеристик проектируемого объекта в целом. Это криволинейные поверхности технических объектов, криволинейные поверхности архитектурных объектов, поверхности дорог.

Частный случай функциональных поверхностей - динамические поверхности. Динамические поверхности это поверхности, активно взаимодействующие со средой. Обводы самолетов, судов, рабочие поверхности рабочих органов почвообрабатывающих машин, лопаток насосов, турбин и т.п. относятся к динамическим поверхностям.

Кривые, используемые в методах моделирования функциональных поверхностей, называются функциональными кривыми.

К функциональным кривым можно отнести - криволинейные трассы дорог в плане и в профиле, профили кулачков, направляющие кривые в схемах моделирования рабочих поверхностей корпусов плугов, аэродинамические профили крыльев самолетов, лопаток турбин и пр.

К геометрическим параметрам функциональных кривых предъявляются высокие требования. Функциональные кривые это кривые высокого качества.

Кривые высокого качества, в частности определяющих эстетические характеристики обводов кузовных поверхностей автомобилей, были определены проф. Farin'ым как **кривые класса А** [1].

Требования к методам моделирования кривых класса А

В статье используются основные определения инженерной геометрии кривых линий и поверхностей в САПР. Модель кривой рассматривается как **определитель** кривой. Состоит из геометрической и алгоритмической частей. Геометрическая часть или геометрический определитель (ГО) предоставляет конструктору геометрические параметры моделирования или редактирования кривой. В конечном счете, независимо от методов, используемых в алгоритмической части определителя, **определитель** кривой аппроксимируется NURBS кривой. NURBS – стандарт представления кривых в САПР.

Используются два основных формата представления NURBS кривых: рациональная сплайновая кривая Безье (NURBzS кривая), рациональная b-сплайновая кривая (NURBS кривая).

В свою очередь NURBzS кривая имеет две разновидности: геометрическая рациональная сплайновая кривая Безье и реальная рациональная сплайновая кривая Безье. Геометрическая рациональная сплайновая кривая представляет составную кривую, составленную из дуг рациональных кривых Безье. Смежные дуги кривых Безье могут иметь в точках стыка общую касательную и значение кривизны.

Реальная рациональная сплайновая кривая Безье степени m имеет непрерывные частные производные порядка $m - 1$ на всей кривой. Реальная рациональная сплайновая кривая Безье может быть преобразована с помощью BS-алгоритма в рациональную b-сплайновую кривую [2]. И, наоборот, рациональная b-сплайновая кривая может быть преобразована с помощью SB-алгоритма в реальную рациональную сплайновую кривую Безье [2].

Общие требования к методам моделирования кривых класса A приводятся к следующему списку требований [3, 1]. Методы должны обеспечивать:

- геометрическую устойчивость формообразования (изогеометричность формы геометрического определителя и аппроксимирующей кривой);
- высокий порядок (не менее 2-го порядка) гладкости кривой;
- минимальное количество экстремумов кривизны (вершин кривой) на заданном геометрическом определителе;
- непрерывность и плавность кручения пространственных кривых.

Возможны специфические требования к методам моделирования кривых класса A при проектировании того или иного объекта. Например, методы должны обеспечить:

- линейный закон изменения кривизны на участке трассы дороги в плане, направляющей кривой в схеме построения рабочей поверхности плуга;
- высокий порядок гладкости (не менее 4-го порядка) гладкости профилей кулачков распределителей высокооборотистых двигателей внутреннего сгорания.
- возможность моделирования участков, точно совпадающих с окружностью, при сохранении высокого порядка гладкости и плавности изменения кривизны кривой в целом при профилировании кулачков, построения трассы дороги в плане и в профиле.

Функции геометрического моделирования машиностроительных CAD-систем AutoCAD, КОМПАС не обеспечивают возможности моделирования кривых класса A.

Анализ функций моделирования сплайновых кривых в AutoCAD и КОМПАС показывает следующие общие недостатки и ограничения функций:

- низкое качество кубических интерполяционных сплайнов (выраженная осцилляция кривизны, низкая точность приближения конических кривых);
- не обеспечивается изогеометричность при моделировании сплайновой кривой с прямолинейными участками опорной ломаной;
- не обеспечивается возможность редактирования формы кривой заданием граничных параметров вида касательных векторов и значений кривизны;
- не обеспечивается возможность управления формой участка перегиба прямым заданием точки перегиба и касательного вектора;
- не обеспечивается возможность моделирования кривой высокого порядка гладкости с помощью геометрического определителя в виде касательной ломаной;
- не обеспечивается возможность локального редактирования кривой на опорной ломаной с помощью касательных векторов и значений кривизны в точках опорной ломаной;
- ограниченный порядок гладкости интерполяционного сплайна (не выше 2-ого порядка);

- отсутствие функций оценки качества кривых.

Кроме перечисленных недостатков присутствуют специфические недостатки конкретных САД-систем.

Ограничения AutoCAD:

- невозможность редактирования замкнутых b-сплайновых кривых в открытом (float) формате,

- низкое качество квадратичного сплайна, определенного на касательной ломаной;

Ограничения КОМПАС ГРАФИК:

- доступны для моделирования только плоские NURBS кривые;

- чрезвычайно низкое качество "кривой Безье" (геометрической сплайновой кривой Безье 1-го порядка гладкости);

Ограничения КОМПАС 3D:

- отсутствует функция построения NURBS кривой высокой степени $m > 3$ на опорной ломаной. Можно использовать только эвристический способ подгонки NURBS кривой ("сплайна по полюсам") к опорной ломаной или к фиксированной кривой;

- отсутствует возможность моделирования или импорта в 3D-документ пространственных NURBS кривых.

Постановка задачи

При разработке прикладных САПР объектов с функциональными поверхностями на базе САД-систем общего машиностроения AutoCAD, КОМПАС возникает задача разработки программно-методического комплекса (ПМК) САПР для моделирования кривых линий высокого качества (кривых класса А).

ПМК САПР могут быть реализованы в виде Приложений САД-систем, автономных программ под MS Windows, web-сервисных программ (web-приложений).

Перед авторами ставится комплексная задача в области инженерной геометрии кривых в САПР:

- исследование, разработка и совершенствование методов изогометрического моделирования кривых высокого качества с широким арсеналом видов геометрических определителей;

- разработка ПМК САПР на основе теоретических результатов, разработанных и усовершенствованных методов изогометрического моделирования кривых высокого качества (класса А).

Теоретические разработки авторов

Обзор теоретических работ авторов дается в статье [4]. В работах анализируется устойчивость формообразования NURBS кривых управляющими полигонами. Определяются ограничения на конфигурацию s-полигона кубического параметрического сплайна, b-полигона кубической параметрической кривой Безье, s-полигона NURBS кривой произвольной степени. Вводятся определения, характеризующие форму ломаной и кривой, определения изогометричности формы ломаной и кривой.

Доказывается теорема об изогометричности s-полигона регулярной порядка m формы и NURBS кривой степени m .

Решается задача изогометрического моделирования (геометрически устойчивой аппроксимации с сохранением формы) NURBS кривых на опорной ломаной.

Разрабатываются алгоритмы изогометрического построения NURBS кривых на опорной ломаной: кубической плоской b-сплайновой кривой, плоской b-сплайновой кривой произвольной степени, пространственной b-сплайновой кривой.

Решается задача моделирования кривых высокого качества.

Разрабатываются методы моделирования кривой 5-го порядка гладкости с плавным изменением кривизны на дискретном и непрерывном множествах конических кривых двойного соприкосновения. Метод обобщается как метод моделирования виртуальной кривой (v -кривой).

Разрабатывается метод моделирования b -сплайновой кривой высокого качества на пространственной опорной ломаной путем комбинирования метода построения v -кривой и метода изогеометрического построения b -сплайновой кривой степени $m = 6/8/10$.

Обосновываются базовые критерии оценки качества кривой по плавности: порядок гладкости, количество экстремумов кривизны, непрерывность кручения пространственной кривой.

Разработка ПМК САПР *FairCurveModeler*

На основе теоретических результатов разработан ПМК САПР: “Программа FairCurveModeler изогеометрического моделирования кривых линий и поверхностей **высокого качества**” [5]. ПМК реализован в виде нескольких приложений:

- приложение AutoCAD;
- приложение КОМПАС ГРАФИК;
- приложение КОМПАС 3D;
- автономная программа под Windows.

Новые теоретические результаты

1. Точная аппроксимация конических кривых рациональными b -сплайновыми кривыми

Алгоритм точной аппроксимации представляет последовательность следующих процедур:

1) На опорной ломаной, снятой с окружности, строится v -кривая, которая аппроксимируется кубической NURBzS кривой (геометрической сплайновой кривой Безье) (рис. 1, 2).

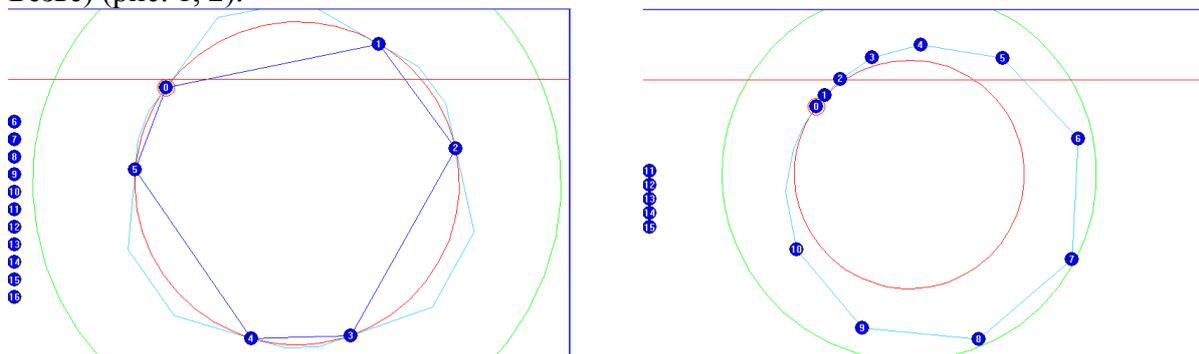


Рис. 1. Web-приложение строит v -кривую и аппроксимирует ее кубической NURBzS кривой. На экране отображаются графики кривой (красного цвета), кривизны над кривой (зеленого цвета), кривизны вида $F(x)$ (красного цвета), управляющий полигон (голубого цвета).

Рис. 2. Конвертирование NURBzS кривой в рациональную b -сплайновую кривую.

2) Проверяется тождественность смежных дуг множества конических кривых двойного соприкосновения v -кривой одной конической кривой по значениям инженерного дискриминанта на общем участке между точками соприкосновения.

3) В случае совпадения всех дуг одной конической кривой переход к следующему пункту. В противном случае выход (кривая не коническая кривая).

4) Коническая кривая аффинно преобразуется в окружность единичного радиуса.

5) На основе эталонной рациональной кривой Безье 5-ой степени [6] с вершинами b-полигона (0,0), (4,0), (2,4), (-2,4),(-4,0), (0,0) и весами $w_0 = w_5 = 1$ and $w_1 = w_2 = w_3 = w_4 = 1/5$ на отрезке $0 < t < 1$, геометрически точно представляющей **окружность**, и по распределению точек исходной ломаной на окружности формируется вектор узлов.

6) На основе сформированного вектора узлов формируется реальная рациональная сплайновая кривая Безье 5-ой степени на единичной окружности. Используется алгоритм разбиения дуги рациональной кривой Безье **на две дуги** [7].

6) После последовательного разбиения дуги в соответствии с вектором узлов эталонная рациональная кривая Безье 5-ой степени преобразуется в реальную рациональную сплайновую кривую Безье 5-ой степени.

7) Обратным **аффинным** преобразованием NURBzS кривая на единичной окружности переводится в NURBzS кривую – коническую кривую на исходной опорной ломаной.

8) Поднимается степень NURBzS кривой (до 10-ой) с использованием алгоритма повышения степени дуги рациональной кривой Безье [7].

9) Реальная рациональная сплайновая кривая Безье с помощью BS-алгоритма [2] преобразуется в рациональную b-сплайновую кривую (рис. 2), совпадающую с конической кривой (в данном случае с окружностью, на рис. 1, 2 функция графика кривизны представляет горизонтальную линию).

2. Использование открытого плавающего формата для качественного редактирования b-сплайновых кривых на граничных участках

Для качественного редактирования конечных участков незамкнутой кривой (рис.

3) рекомендуется устанавливать плавающий формат s-полигона (рис. 4).

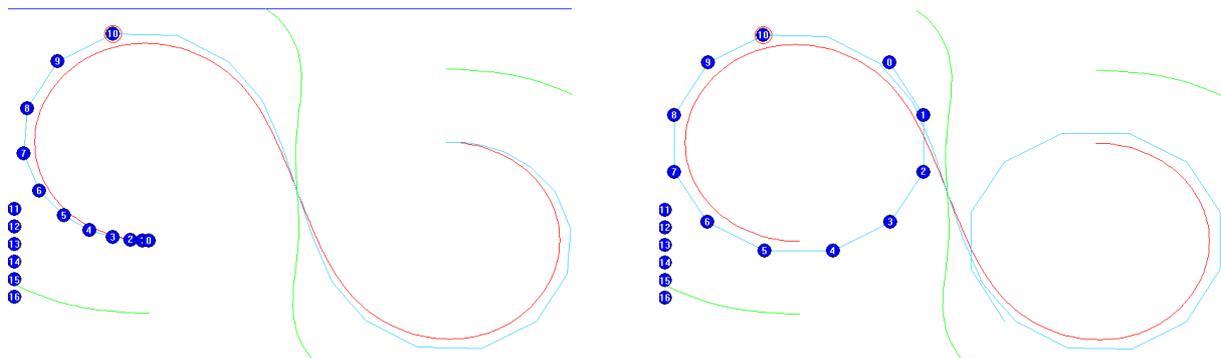


Рис. 3. S-полигон b-сплайновой кривой в закрытом формате

Рис. 4. S-полигон b-сплайновой кривой в открытом формате.

В закрытом (clamped) формате (рис. 3) влияние управляющих точек, близких к концам кривой, на форму кривой крайне неустойчиво, особенно, при высоких степенях сплайна. Это легко проверяется следующим образом. Измените позиции 2-ой или 3-ей точки s-полигона в закрытом формате, так, что, по вашему мнению, качество кривой не ухудшится (рис. 5).

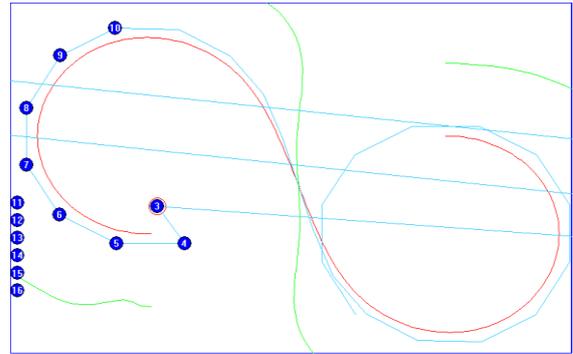
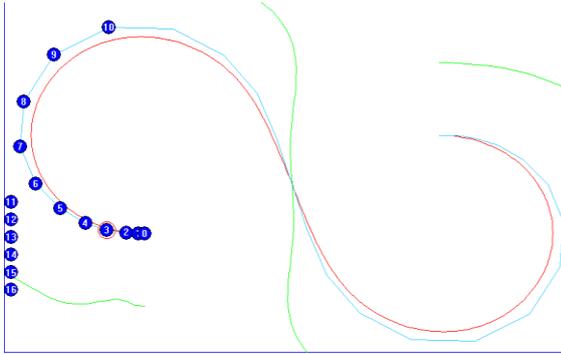


Рис. 5. Изменение положения 3-ей точки s-полигона в закрытом формате.

Рис. 6. Измененный s-полигон в открытом формате.

Незначительное изменение положения управляющей точки s-полигона в закрытом формате вызывает катастрофические изменения формы s-полигона в открытом формате.

Дифференциальные характеристики сплайновой кривой определяются разделенными разностями s-полигона в плавающем формате. Поэтому гармоничная, правильная, регулярная форма s-полигона в плавающем формате является необходимым условием высокого качества сплайновой кривой (рис. 4).

4. Развитие теории определителей кривых

Дуальные геометрические определители 0-го порядка фиксации

Геометрические определители кривых по классификации проф. Осипова В.А. подразделяются на ломаные 0-го порядка фиксации, 1-го порядка фиксации, 2-го порядка фиксации и т.д. [8].

В работе [3] предлагается рассматривать ломаные 0-го порядка фиксации как два вида геометрических определителя – вида опорной ломаной и вида касательной ломаной. Моделируемая кривая проходит через вершины опорной ломаной. На касательной ломаной кривая касается звеньев ломаной.

Предлагается два геометрических определителя вида опорной ломаной и касательной ломаной определить как дуальные определители 0-го порядка фиксации, если они определяют одну и ту же кривую. По аналогии с 2-мя видами дуальных ГО конических кривых: вида 5-ти точек или 5-ти касательных (можно переходить от одного вида ГО к другому на одной и той же конической кривой).

Применение метода ν -кривой в определителе кривой позволяет использовать два дуальных ГО 0-го порядка фиксации (рис. 7, 8)

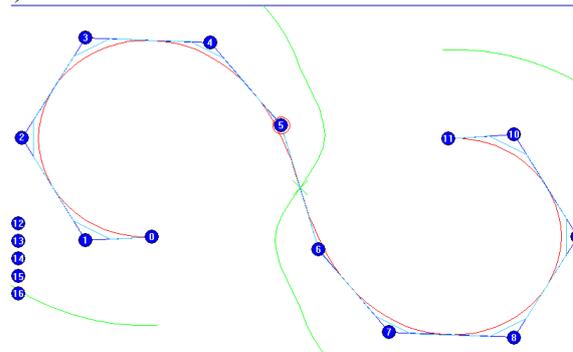
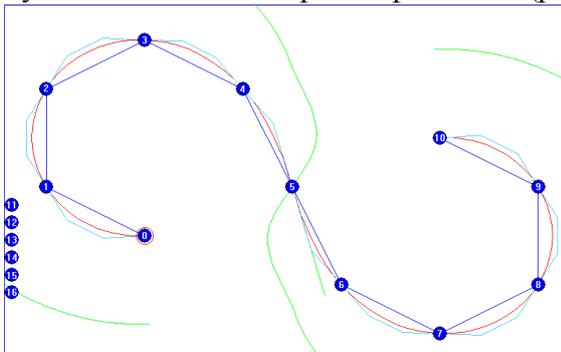


Рис. 7. Кривая на опорной ломаной.

Рис. 8. Та же кривая на касательной ломаной.

Применение дуальных ГО расширяет инструментарий дизайнера - конструктора.

Применение касательной ломаной позволяет точнее и определеннее контролировать форму моделируемой кривой. При изогеометрическом моделировании треугольник из смежных звеньев содержит полностью дугу кривой и строго ограничивает возможные вариации формы дуги.

С другой стороны, при изогеометрическом моделировании опорная ломаная позволяет точнее позиционировать точки кривой, но допускает слишком широкий диапазон вариаций формы кривой. Особенно это касается участков перегиба.

При моделировании "с чистого листа" ("ab initio") можно рекомендовать комбинированное применение дуальных ГО кривой.

Предлагается начинать моделирование с касательной ломаной. Добиться хорошей формы и плавного графика кривизны при максимально возможной точности приближении точек касания кривой к звеньям к фиксированным точкам кривой. Затем перейти к ГО опорной ломаной и уточнить точки ГО по фиксированным точкам кривой.

Определитель Эрмита

Геометрический определитель 1-го порядка фиксации по классификации проф. Осипова В.А. [8] – это опорная ломаная с фиксированными векторами касательных в точках ломаной. Или тождественно – это касательная ломаная с фиксированными точками на звеньях касательной ломаной.

Геометрический определитель 2-го порядка это опорная ломаная с фиксированным касательными и значениями кривизны в точках ломаной.

Кривые с такого рода геометрическими определителями не совсем корректно называются геометрическими сплайнами Эрмита [9]. Фактически для аппроксимации определителя кривой используется геометрический сплайн Безье.

Отдавая должное устоявшимся классическим определениям, аппроксимацию на ломаной n -го ($n > 0$) порядка фиксации будем рассматривать как аппроксимацию по схеме Эрмита (по аналогии со схемой определения полинома Эрмита на ломаной с фиксированными производными различных порядков).

Тогда ломаную n -го порядка ($n > 0$) фиксации будем рассматривать как геометрический определитель Эрмита n -го порядка фиксации.

ГО Эрмита рекомендуется использовать для локального редактирования кривых, построенных на опорной и касательной ломаной. После конвертирования кривая аппроксимируется геометрическим сплайном Безье 6-ой степени. Можно редактировать в каждой опорной точке ГО Эрмита направления касательных (рис. 9) и значения кривизны (рис. 10).

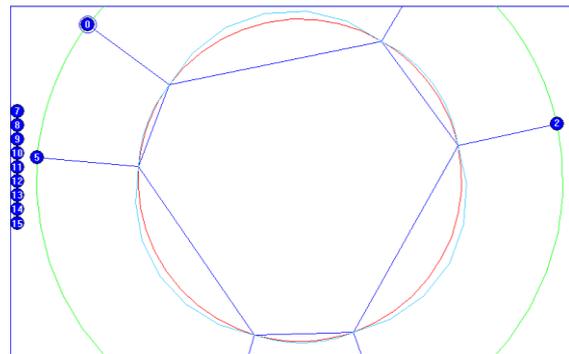
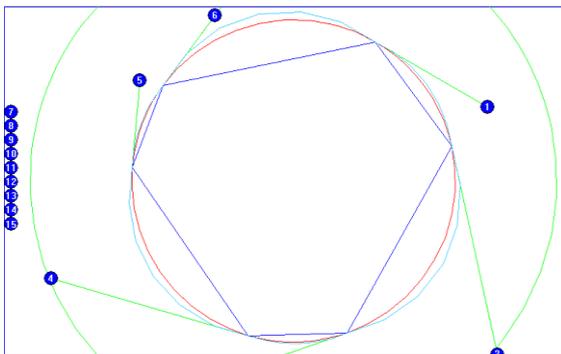


Рис. 9. Редактирование касательных векторов на геометрическом определителе Эрмита.

Рис. 10. Редактирование кривизны на геометрическом определителе Эрмита.

Можно добавлять новые точки на участках без изменения геометрии в целом. Добавленные точки можно использовать для локального редактирования. На рис. 11 редактируется участок 2-3 исходной ломаной путем добавления точки, перемещения добавленной точки и увеличения в этой точке значения кривизны.

Кривая на остальных участках исходной ломаной не изменяется. В целом кривая имеет 2-ой порядок гладкости.

Новые программные разработки. Разработка web-приложения САД-систем

В настоящее время одна из мощных тенденций развития информационных технологий (ИТ) – использование так называемых ”облачных” вычислений.

Компания Dassault Systèmes (DS), лидер мирового рынка CAD/CAM/CAE/PLM систем, предлагает ”облачный” вариант своих популярных инженерных продуктов [10]. Вице-президент DS по исследованиям и разработкам Доминику Флорак: “С ее помощью клиенты смогут, не развертывая подобную систему на своей площадке, а получать доступ ко всем ее функциям. При этом доступ к ним будет возможен как с

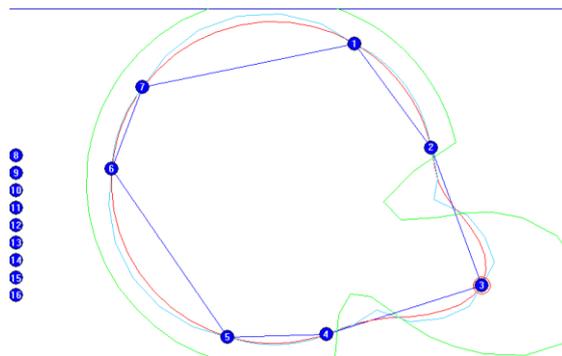


Рис. 11. Локальное редактирование формы кривой на ГО Эрмита добавлением точки.

традиционных ПК, так и с различных мобильных устройств. Мы намерены предоставлять такой облачный сервис и сами, и через своих партнеров. Мы убеждены, что 90 процентов небольших компаний не хотят формировать собственную ИТ-инфраструктуру и нанимать квалифицированных специалистов для решения задач PLM. Им будет гораздо проще получить всю необходимую функциональность такого рода в виде сервиса”.

Очевидные преимущества Web-САПР [11]:

“1) Не надо будет больше покупать дорогостоящую САПР, цена которой составляет несколько тысяч долларов; 2) Не надо будет платить за ее техническую поддержку; 3) Не надо будет делать регулярный апгрейд системы; 4) Не надо будет приобретать дорогостоящие рабочие станции под нее, все критически важные вычисления будут выполняться на удаленных серверах; 5) Не надо будет думать про апгрейд аппаратной части; 6) Не надо будет иметь обслуживающий персонал специалистов ИТ; 7) Не надо приобретать дополнительную лицензию на обслуживающий софт, такой, например, как антивирусы; 8) Не надо будет переустанавливать систему, всякий раз, после переустановки ОС.”

Авторами ставится и решается новая задача: разработка программы моделирования кривых высокого качества как web-приложения CAD-систем.

Для программной реализации web-приложения принимается технология ASP NET .

Определяется общая структура web-приложения. На стороне Сервере размещается “геометрический решатель” в виде DLL-компонента. DLL-компонент разрабатывается на языках программирования C, C++ на базе MFC и является инвариантным геометрическим ядром всех видов приложений FairCurveModeler. По существу, DLL-компонент с незначительной адаптацией переносится в web-приложение из разработанных ранее Приложений CAD-систем и автономных программ под Windows, разработанных по технологии COM-автоматизации.

При написании кода web-приложения используются языки программирования C#, JScript , входящие в комплект .NET.

Разрабатывается интерфейс web-приложения с пользователем и с CAD-системами на стороне Клиента.

Авторами разработан оригинальный метод сохранения и обновления параметров страницы на стороне Клиента после сеанса обращения к Серверу. Используется динамическое обновление страницы с помощью кода JScript, формируемого на сервере последовательно в компоненте DLL, затем в программе C# и вставляемого в страницу Клиента при обновлении страницы.

В web-приложении моделирование и редактирование кривой осуществляется с помощью 5-и видов геометрических определителей: опорной ломаной, касательной ломаной, ГО Эрмита, gb-полигона сплайновой кривой Безье, s-полигона b-сплайновой кривой.

Интерактивный графический интерфейс моделирования и редактирования вершин геометрических определителей реализуется с помощью контрольных точек в виде синих “кружков” на графическом поле дисплея (см. рис. 1-8).

Разрабатывается интерактивный графический интерфейс с использованием контрольных точек в виде синих “кружков” на графическом поле дисплея:

- 1) редактирования касательных векторов в точках перегиба кривой, касательных векторов и значений кривизны в концевых точках опорной ломаной;
- 2) редактирования касательных векторов и значений кривизны во всех точках опорной ломаной геометрического определителя Эрмита (см. рис. 9,10);
- 3) редактирования фиксированных точек перегиба на касательной ломаной.

Разрабатываются функции отображения графиков кривой и ее кривизны. Графики кривизны отображаются как график над кривой (см. рис. 1-10) и как функция вида $F(x)$ (см. рис 1, 2) .

В работах [12, 13] предлагается для оценки качества кривой использовать значение потенциальной энергии упругой рейки, деформированной по контуру кривой. Значение равно интегралу квадрата кривизны по длине кривой. Все физические константы и геометрические параметры сечения рейки приведены к единице. Считается, что, чем меньше значение потенциальной энергии кривой, тем качественнее кривая.

В web-приложении рассчитываются и отображаются основные параметры кривой: длина, значения минимальной и максимальной кривизны, значение потенциальной энергии.

Обмен данными между web-приложением и CAD-системами на стороне Клиента реализуются стандартными средствами в рамках технологии ASP NET 4:

- 1) обмен данными через многострочное поле в форме Клиента;
- 2) обмен данными с использованием гиперссылки на ресурс Сервера и функции Download в браузере Клиента.

Способы обмена конкретизируются и разрабатываются методы быстрого обмена NURBS моделями с AutoCAD через текстовое поле формы Клиента, протокол в текстовом окне и командную строку AutoCAD.

Используется DXF-модель NURBS кривой, описываемая последовательностью выражений AutoLISP. Для переноса NURBS модели в AutoCAD последовательность AutoLISP выражений, скопированная из текстового поля, просто вставляется в командную строку.

Для переноса NURBS модели из AutoCAD DXF-модель выделяется из примитива в протокол в текстовом окне с помощью AutoLISP выражения

```
(entget (car (entsel "select NURBS"))))
```

Затем DXF модель копируется из протокола и вставляется в многострочное текстовое поле формы.

Для иллюстрации технологии работы web-приложения с CAD-системой приводится пример построения сплайна в AutoCAD (рис. 12), переноса сплайна в web-приложение для анализа качества сплайна (рис. 13), построения v-кривой и аппроксимации определителя NURBS кривой (рис. 14), записи в AutoCAD улучшенной кривой (рис. 15).

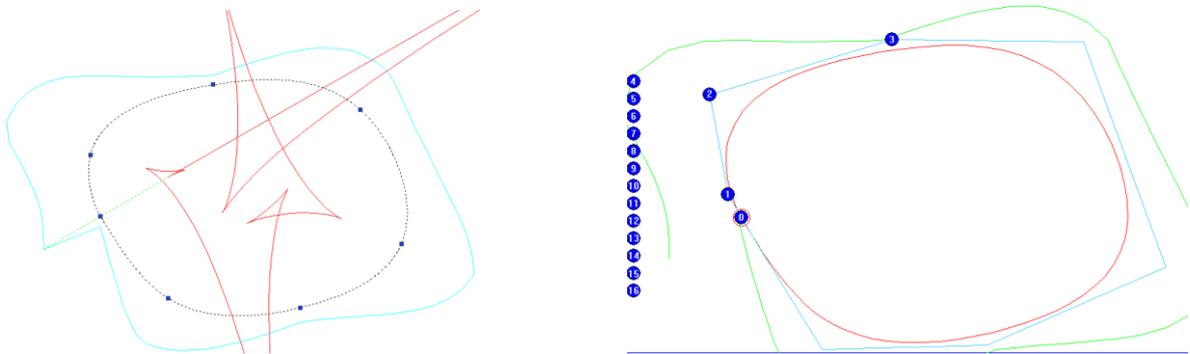


Рис. 12. Построение сплайна в AutoCAD. Анализ качества утилитой v_test.fas.

Рис. 13. Анализ качества сплайна в web-приложении.

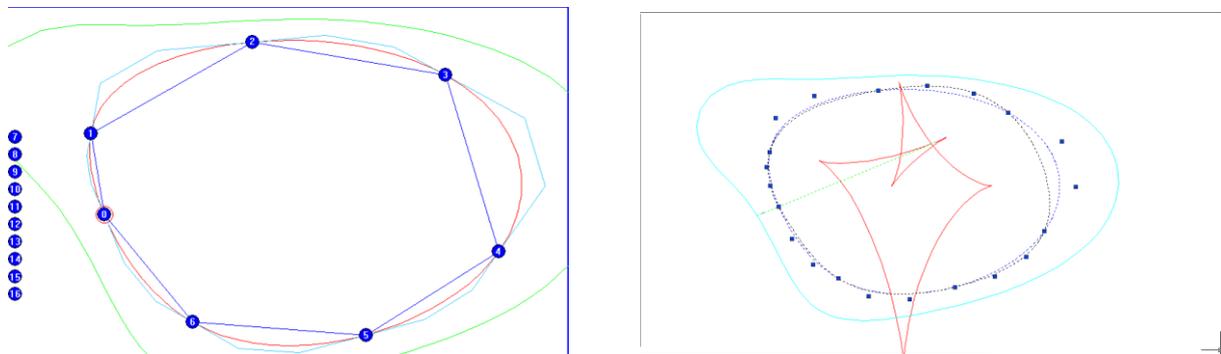


Рис. 14. Построение v-кривой и аппроксимация NURBS кривой.

Рис. 15. Запись улучшенной кривой в AutoCAD. Анализ качества утилитой v_test.fas.

Для анализа качества непосредственно в AutoCAD предоставляется утилита v_test.fas анализа качества и вывода графиков кривизны и эволюты кривой (см. рис. 12, 15).

В результате улучшения кривой

1) кривая становится более плавной с непрерывным изменением кривизны по всей кривой (в том числе и в точке замыкания кривой!)(см. рис. 15);

2) уменьшается биение кривизны (разность между максимальным и минимальным значениями кривизны) с величины $(- 0.0322728 \ 0.0019965) = 0.0302763$ до $(- 0.0326343 \ 0.00582921) = 0.0268051$;

3) потенциальная энергия уменьшается на величину $(- 0.107633 \ 0.10126) = 0.006373$.

При разработке web-приложения конкретизируются способы обмена с компонентами КОМПАС. Разрабатывается метод обмена NURBS моделями с КОМПАС ГРАФИК посредством многострочного текстового поля формы и формирования или считывания DXF-файла NURBS модели. Разрабатываются метод обмена NURBS моделями с КОМПАС 3D посредством многострочного текстового поля формы и формирования или считывания текстового файла таблицы параметров NURBS модели.

Для обмена NURBS моделями с другими CAD-системами разрабатываются методы обмена через DXF-файлы.

Заключение

1) Развита теория определителей кривых:

- введено понятие дуальных геометрических определителей кривой;
- уточнены определения геометрических определителей 1-го, 2-го порядка фиксации. Такие геометрические определители рассматриваются как геометрические определители Эрмита. Определение сплайновой кривой рассматривается как аппроксимация по схеме Эрмита.

2) Разработан метод геометрически точной аппроксимации конической кривой (окружности, эллипса), заданной опорной ломаной, посредством рациональной b-сплайновой кривой произвольной степени m ($5 \leq m \leq 10$) на неравномерной сетке.

3) Разработана web-сервисная программа как web-приложение CAD-систем AutoCAD, КОМПАС и других CAD-систем. Web-приложение размещено на сайте <http://www.fair-nurbs.ru>.

Библиография

[1] Farin, G. Class A Bézier curves // Computer Aided Geometric Design 23 (2006) 573–581.

[2] Муфтеев В.Г., Романюк А.Н., Марданов А.Р., Фархутдинов И.М. Геометрически устойчивое моделирование NURBS кривых и поверхностей произвольных степеней // Прикладная геометрия. Applied Geometry [Электронный ресурс]: науч. журн. / Моск. авиационный ин-т (гос.техн.университет) "МАИ". - Электрон. журн. - Москва : МАИ, 2009. - №22; вып.11, -стр. 19-77. - Режим доступа к журн.: <http://www.mai.ru>. - Загл. с титул. экрана. - №гос.регистрации 019164.

[3] Муфтеев В.Г. Конструирование криволинейных поверхностей на основе метода огибающей и параметрических b-сплайнов. Автореферат диссертации на соиск. ученой степени канд. техн. наук.-Киев, 1986.

[4] Муфтеев В.Г., Марданов А.Р. Изогеометрическое моделирование кривых линий и поверхностей высокого качества по базовым критериям плавности / Сборник трудов ДонНТУ серии "Информатика, кибернетика и вычислительная техника". - 2009. - Вып. 10(153).

[5] ПМК САПР FairCurveModeler. <http://www.spliner.ru>.

[6] T. W. Sederberg. Computer Aided Geometric Design Course Notes. April 5, 2007.

[7] Муфтеев В.Г. Моделирование кривых высокого качества на основе метода v-кривых. Прикладная геометрия. Applied Geometry [Электронный ресурс]: науч. журн. / Моск. авиационный ин-т (гос.техн.университет) "МАИ". - Электрон. журн. - Москва : МАИ, 2007. - №19; вып.9, -стр. 25-74. - Режим доступа к журн.: <http://www.mai.ru> .

[8] Осипов В.А. Теоретические основы автоматизации геометрических расчетов и машинной графики (автоматизированная система геометрии и графики). –М.: Воениздат, 1985. -80 с.

[9] C. de Boor, K.Holling, and M.Sabin. High accuracy Hermite interpolation. CAGD, 4(4):269-278, December 1987.

[10] Dassault Systemes: мы вступили в век инноваций. Автор: Сергей Свинарев. PC Week/RE №3 (705) 2-8 февраля 2010. <http://www.pcweek.ru/themes/detail.php?ID=121369>.

[11] В мире САПР сенсация. http://www.equipnet.ru/articles/hi-tech/hi-tech_566.html.

[12] В.К.Р. Horn. The Curve Of Least Energy (1983). Massachusetts institute of technology. Artificial intelligence laboratory. A.I. Memo No.612. January 1981, revised March 1983.

[13] C.L. Bajaj, J. Chen, R.J. Holt, A.N. Netravali. Energy Formulations of A-splines. February 10, 1998. Supported in part by NSF grant CCR. 92-22467, AFOSR grant F49620-94-1-0080, and ONR grant N00014-94-1-0370.