УДК 004.272

Семенюк М.С.

АНАЛІЗ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ПАРАЛЕЛЬНО-ІЄРАРХІЧНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ

Розглядається питання визначення обчислювальної ефективності паралельно-ієрархічного перетворення, відсутність в якому трудомістких операцій множення та ділення свідчать про достатню простоту алгоритму обрахувань, що робить його ефективним методом для застосування в різних прикладних областях, де необхідне поєднання високого ступеня паралелізму та компактної форми подання даних.

Постійно зростаючі вимоги до опрацювання сигналів в реальному часі та до підвищення швидкодії апаратури призводять до необхідності створення обчислювальних структур з новою архітектурою, здатних з досить великою швидкістю опрацьовувати об’ємні масиви даних.

Перетворення інформації доцільно здійснювати алгоритмічними методами, орієнтованими на нейроподібне опрацювання сигналів з реалізацією схемотехніки на основі оптичних методів. Такий обчислювальний процес визначений науковцями як паралельно-ієрархічний. [1] Паралельно-ієрархічне опрацювання передбачає організацію паралельно-ієрархічного обчислювального процесу, орієнтованого на досягнення максимально можливої алгоритмічної та схемотехнічної швидкодії при перетворенні інформації та мінімально можливої ємкості пам’яті і використовуваної потужності, для її зберігання, з випереджаючим ростом функціональних можливостей технічних засобів в порівнянні з їх складністю. Паралельно-ієрархічне опрацювання сигналів є тим універсальним алгоритмічним засобом, що забезпечує в реальному часі перетворення великих масивів інформації та дозволяє реалізувати ефективні нейроподібні обчислення. [2]

Розглянемо порівняльний аналіз ефективності по числу використовуваних операцій для паралельно-ієрархічного перетворення [1, 3, 4]. Припустимо, що існує k масивів. Позначимо через n_i - кількість елементів в масиві під номером i (очевидно, що $n_i \geq 1$), $i = \overline{1,k}$, при чому $\sum_{i=1}^{k} n_i = N$ - загальна кількість елементів, що опрацьовуються; через m_i - кількість різних елементів в i - ому масиві (очевидно, що $m_i \geq 1$), при чому $\sum_{i=1}^{k} m_i = M$ - загальна кількість різних елементів, що опрацьовуються; через p_i^j - ймовірність появи j - го елемента в i - ому масиві, де $j = \overline{1,m}$, а $m = \max_{i=\overline{1,k}} m_i$.

Для одержання першої множини елементів гілки паралельно-ієрархічного перетворення необхідно здійснювати N - раз операцію порівняння та $\sum_{i=1}^{k} n_i p_i^1$ - раз операцію вибору загальної частини.

Тому для опрацювання залишається $N_1 = \sum_{i=1}^{k} n_i (1 - p_i^1)$ елементів.

Для отримання другої множини елементів гілки необхідно здійснити N_1 - раз операцію порівняння та $\sum_{i=1}^{k} n_i(1-p_i^1)p_i^2$ - раз операцію вибору. Тому для опрацювання залишається $N_2=\sum_{i=1}^{k} n_i(1-p_i^1)(1-p_i^2)$ елементів.

Для отримання другої *m*-ої множини елементів гілки необхідно здійснити $N_{m-1}=\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)\right]$ - раз операцію порівняння та $N_{m-1}=\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)p_i^m\right]$ - раз операцію вибору.

Таким чином, кількість операцій становитиме:

$$N+\sum_{i=1}^{k} n_i p_i^1+\sum_{i=1}^{k} n_i(1-p_i^1)+\sum_{i=1}^{k} n_i(1-p_i^1)p_i^2+\sum_{i=1}^{k} n_i(1-p_i^1)(1-p_i^2)+\ldots+\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)p_i^m\right]+$$
$$+\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)\right]=N+\sum_{i=1}^{k} n_i(p_i^1+1-p_i^1+(1-p_i^1)p_i^2+(1-p_i^1)(1-p_i^2)+\ldots+\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)p_i^m+$$
$$+\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j))=N+\sum_{i=1}^{k}[n_i(1+(1-p_i^1)+(1-p_i^1)(1-p_i^2)+\ldots+\prod_{j=1}^{m-1}(1-p_i^j)]=$$
$$=N+\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\left(\sum_{z=1}^{m-1}\prod_{j=1}^{z}\left(1-p_i^1\right)\right)\right].$$

Порівняємо ефективність паралельно-ієрархічного перетворення та відомих перетворень, наприклад, БПФ, Адамара та Хаара [5] за кількістю використовуваних в них операцій.

Нехай поява елементів в масиві буде подією рівно ймовірною з ймовірністю p, тоді для N елементів, що опрацьовуються з k n- елементних множин справедливо:

$$N+\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\left(\sum_{z=1}^{m-1}\prod_{j=1}^{z}\left(1-p_i^1\right)\right)\right]=N+\sum_{i=1}^{k}\left[n_i\left(\sum_{z=1}^{m-1}(1-p)^z\right)\right]=N+\left(1+\sum_{z=1}^{m-1}(1-p)^z\right)\sum_{i=1}^{k}n_i=$$
$$=N+N\left(1+\sum_{z=1}^{m-1}(1-p)^z\right)=N\left(2+\sum_{z=1}^{m-1}(1-p)^z\right)=N\left(2+\frac{1-p}{p}\right)=\left(1+\frac{1}{p}\right)N$$

Якщо $n=m$, то $p=\frac{1}{N}$.

Таким чином, кількість операцій для паралельно-ієрархічного перетворення становить $N(N+1)$. Для порівняння варто зазначити, що для широко застосовуваних на практиці, наприклад ортогональних перетворень, число операцій, що використовуються буде: для БПФ - $4N^2\log_2 N^2$, для Адамара - $2N^2\log_2 N^2$ та для Хаара - $4N(N+1)$.

Відсутність трудомістких операцій множення та ділення свідчить про достатню простоту алгоритму обчислення, що реалізує паралельно-ієрархічне перетворення, це робить його ефективним методом для застосування в різних прикладних галузях, де потрібне поєднання високого ступеню паралелізму та компактної форми подання даних.

Література

1. Вступ в алгоритмічну теорію ієрархії і паралелізму негроподібних обчислювальних середовищ та її застосування до перетворення зображень. / В.П. Кожем'яко, Л.І. Тимченко, Ю.Ф. Кутаєв, І.Д. Івасюк. – К.: УМК ВО, [1994]. – 272 с.
2. Параллельно-иерархические сети: Монография / Л.И. Тимченко, С.В. Свечников, Н.И. Кокряцкая, В.В. Мельников, Р.В. Макаренко. – К.: ЗАО «Віпол», 2010. – 653 с.
3. А.с. 1080251 СССР. Оптоэлектронный модуль /А.П. Стахов, В.П. Кожемяко, Л.И. Тимченко (СССР). Бюл. №10.
4. Ивасюк Ю.Д. Математическое моделирование вычислительных структур на основе параллельно-иерархического преобразования. Автореферат дис. канд. техн. Наук – Винница, 1993.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х книгах, ч.1.-310 с., ч.2.-790 с.- М.: Мир, 1982.