

КОНЦЕПЦИИ КОНСТРУКТИВНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ

*В. Т. Мануйлов,
Курский государственный университет (Курск, Россия)*

В современных исследованиях по основаниям научного знания конструктивность рассматривается как одно из важнейших методологических требований [8]. Но современное состояние дел в области оснований научного (в частности, математического) знания характеризуется распадом единого (в период классической науки) поля теоретизирования на три самостоятельные (самодостаточные) области: собственно наука (математика); логика и методология науки (математики); философия ([5]; [10]). Самодостаточность этих областей заключается не только в том, что каждая из них стремится оградить себя от вторжения «соседей», но и в построении в каждой области «образов» недостающих частей. Ситуация схематично может быть представлена следующим образом (см. Схему 1).

[Наука (математика)]-1	[Логика и методология науки (математики)]-1	[Философия науки (математики)]-1
[Наука (математика)]-2	[Логика и методология науки (математики)]-2	[Философия науки (математики)]-2
[Наука (математика)]-3	[Логика и методология науки (математики)]-3	[Философия науки (математики)]-3

Схема 1

Первая строка Схемы 1 представляет слой «собственно науки (математики)». Основные «жители» этой области: теории, рассматриваемые как интерпретированные или неинтерпретированные («формальные») исчисления, строящиеся в формальных языках и проверяемые на выполнение определенных семиотических критериев (непротиворечивости, полноты, независимости аксиом и т.д.). [Логика и методология науки (математики)]-1 сводится к разработке методов решения логико-семиотических (синтаксических и семантических) проблем (непротиворечивости, полноты, аксиоматизируемости, разрешимости, категоричности и т.д.), возникающих в конкретной работе ученых (математиков), причем логико-методологический «органон» этого уровня – математическая логика – рассматривается как специально математическая теория. [Философия науки (математики)]-1 (*philosophy of sciences* в англоязычной традиции) сводит классические философские проблемы научного (математического) познания к логико-семиотическим проблемам и пытается решить их методами математической логики. Конструктивная логика этого уровня—«совокупность логических принципов, признаваемых представителями конструктивизма (в математике) и включающих абстракцию потенциальной, но не актуальной бесконечности, что определенным образом изменяет понимание логических связей и кванторов (по сравнению с их пониманием в классической логике), сочетая это понимание с конструктивными процессами (процессами, описываемыми алгоритмами)» [17].

Центральным пунктом второго уровня является *логика и методология научного (в частности, математического) знания*, теория научного знания – эпистемология; в немецкоязычной традиции эта область исследований обозначается термином *Wissenschaftstheorie* (теория науки) ([3]; [4]; [18-23]; [26]). В отличие от [Философии математики]-1 развиваемая на основе *Wissenschaftstheorie* [Философия математики]-2 проявляет гораздо больший интерес к традиционным философским концепциям научного знания. «Теория науки» (*Wissenschaftstheorie*) в Германии есть философия науки (*philosophy of science*) в ее широчайшем смысле, включая работы по логике и основаниям научных теорий, концептуальной истории науки, культурной и практической среде и нормативным аспектам как научного, так и технического прогресса... Замечательно, что англо-американская философия науки (*philosophy of science*), представители которой как раз ограничивались в своих занятиях изучением логики науки, вынуждены ныне становиться достаточно терпимыми в своих стремлениях осуществить в достаточной степени то, что охватывается немецкой «теорией науки» (*Wissenschaftstheorie*)» [18, Р. ix-x]. На уровне [Логики и методологии науки

(математики)]-2 на основе оперативной логики и математики П. Лоренцена сложились две концепции математического и научного знания: аналитическая [Философия науки]-2(analytischeWissenschaftstheorie) и противопоставляемая ей в современной литературе конструктивная [Философиянауки]-2 (konstruktiveWissenschaftstheorie)([26]; [18-23]. Метод аналитической философии науки характеризуется как «исследование» или «путь (метод) исследования» («dieForschung» [26] и «thewayofresearch» [20]) в противоположность методу конструктивной философии науки (konstruktiveWissenschaftstheorie), характеризующемуся как «представление» или «путь (метод) представления» («dieVorstellung» [26] и «thewayofrepresentation» [20]). Логическая часть конструктивной философии науки ([конструктивная логика]-2) представлена так называемой диалогической логикой([19]; [21-23]).

На уровне [Философии математики]-1 исследуются следующие понятия математической конструктивности[1, С. 46 – 49]:

- 1) алгоритмическая конструктивность;
- 2) конструктивность оперативной математики П. Лоренцена;
- 3) интуиционистская конструктивность;
- 4) предикативистская конструктивность;
- 5) конструктивность фрагмента аксиоматической теории множеств Цермело-Френкеля, определяемого «конструктивными аксиомами» («конструктивность по Френкелю-Бар-Хиллелу»);
- 6) конструктивность Геделевской модели «конструктивных множеств»;
- 7) конструктивность финитной метаматематики Д. Гильберта;
- 8) конструктивность различных расширений финитной установки.

Каждый из перечисленных смыслов конструктивности опирается (явно или неявно) на определенные упрощения, идеализации, огрубления, накладываемые на деятельность предполагаемого теорией при ее гносеологической интерпретации идеализированного субъекта, –гносеологические основания конструктивности математической теории [1, С. 46-48]. Классификация видов конструктивности математического знания, в основание которой положены признаки, явно или неявно определяемые гносеологическими основаниями конструктивности, дана в Схеме 2 (см. стр. 4) [1, С.49]¹

Основную часть третьего слоя исследований в области оснований научного и специально математического знания составляют философские (в традиционном понимании) концепции: *философия науки* и, в частности, *математики* Платона, Аристотеля, Лейбница, Канта, Гегеля, Маркса, Хайдеггера и т.д. В каждой из этих концепций складывается собственный «образ» науки и математики, оригинальное понимание ее методов и приемов: [Наука (математика)]-3 и [Логика и методология науки (математики)]-3. [Конструктивная логика и методология]-3 может быть представлена «философскими» диалогами [11]. Обнаружение представителями конструктивной «теории науки» – [Философии науки]-2 (konstruktiveWissenschaftstheorie) принципиально диалогического характера «логики естественного языка» вновь направило усилия логиков и методологов научного знания на проблемы комплексного направления, получившего название «логика диалога» . Представление дискурсивного процесса в виде игры-диалога двух участников (оппонента и пропонента) по четко фиксированным правилам позволяет выделить определенные типы аргументации, характеризующиеся игровыми и структурными правилами диалога. Сравнение описанных в литературе диалогов позволяет выделить, по меньшей мере, три таких типа [11]. Первый тип: «научный» диалог («кабинетные» – в терминологии Я. Хинтикки – диалоги П. Лоренцена). Целью диалога здесь является установление истинности (обоснования) одного из двух взаимно отрицающих друг друга положений (тезис – антитезис). Тезис и антитезис должны быть записаны в формализованном

¹В Схеме 1 из [1, С.49] и [6, С. 54] допущена неточность: при характеристике конструктивной теории науки следует читать «путь представления», а при характеристике аналитической теории науки – «путь исследования».

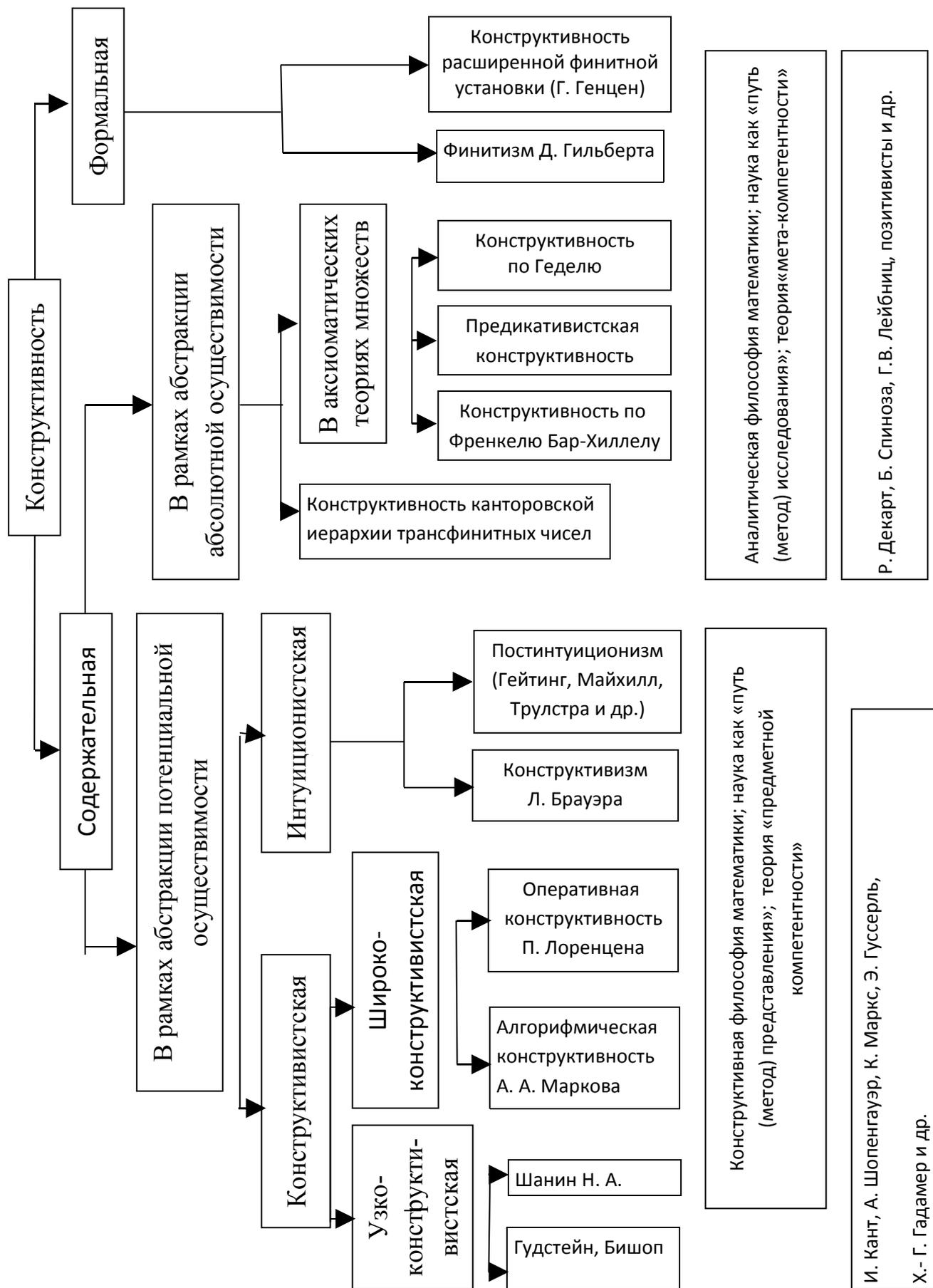


Схема 2

языке логики (чаще всего в языке логики Фреге-Расселовского типа); правила нападения (атаки) и защиты формальны, то есть определяются строением формул, представляющих тезис и антитезис. Структурные правила такого диалога определяют однозначно выигрыш одного из участников диалога; выигрыш имеет место, если другой участник не может напасть на его положение (так как ранее сам утверждал его) или не может защитить свое положение от атаки противника. Содержательно эта ситуация равнозначна «приведению к противоречию», на основании чего делается вывод о победе конкурента и об истинности защищаемого им положения. Логика такого диалога – обычная классическая (или интуиционистская) формальная логика (рассудочное мышление, интеллект). Необходимым условием научного диалога является принятие обоими участниками определенных положений (аксиом) и одинаковых правил игры.

В «философском» диалоге участники придерживаются различных мировоззренческих позиций (установок). Целью диалога здесь является поиск компромисса, который понимается как принятие за счет развития своей системы. Участниками философского диалога могут быть только «открытые» системы, то есть системы, способные к развитию (синтезу противоположностей) за счет переинтерпретации своих исходных положений и противоречащего тезиса противника без отказа от принципиальных положений своей системы. Логика такого диалога – диалектическая логика или «логика герменевтики» (П. Рикер); такой диалог есть непереносимое условие синтеза крайне разнообразных и противоречащих друг другу систем культуры (цивилизаций, этносов и т.д.). В истории философии математики такой вид диалога встречается при выработке евклидова метода аргументации, в котором происходит диалектический синтез позиций «конструктивистов» и «платонистов» [5, С. 69-84]

Третий тип диалога – «диалог в научной картине мира» – имеет целью выявление философских (гносеологических и др.) предпосылок научного (математического) знания. В естественнонаучной картине мира (физической картине мира в настоящее время) это, прежде всего, «трансцендентальный» диалог (в кантовском смысле термина «трансцендентальный»); логика этого диалога – «трансцендентальная» логика. Основные проблемы, решаемые с помощью таких диалогов, поставлены И. Кантом: «Как возможна чистая (теоретическая) математика?», «Как возможно чистое (теоретическое) естествознание?» и т.д.; они сводятся к вопросу: «Как возможны синтетические суждения a priori?» [12]. Исторические примеры «трансцендентальных диалогов» – философия математики Канта [12], «Диалог о двух системах» Г. Галилея – при становлении механистической картины мира; дискуссии Н. Бора и А. Эйнштейна по принципиальным вопросам физики – при становлении квантово-механической картины мира.

ВЫВОДЫ

В современных исследованиях по основаниям научного знания конструктивность рассматривается как одно из важнейших методологических требований на трёх самостоятельных (самодостаточные) областях теоретизирования: собственно наука (математика); логика и методология науки (математики); философия. Самодостаточность этих областей заключается не только в том, что каждая из них стремится оградить себя от вторжения «соседей», но и в построении в каждой области «образов» недостающих частей.

Концепции конструктивности математического знания на первом уровне ([Математика]-1 – [Логика и методология математики]-1 – [Философия математики]-1) основаны на выборе гносеологических оснований конструктивности математического знания – упрощений, идеализаций, огрублений, накладываемых на деятельность предполагаемого теорией при ее гносеологической интерпретации идеализированного субъекта. Выбор гносеологических оснований конструктивности обусловлен целями и задачами, которые предполагается решать при построении математической теории.

Концепции конструктивности математического знания на втором уровне ([Математика]-2 – [Логика и методология математики]-2 – [Философия математики]-2) – аналитическая [Философия науки]-2 (analytische Wissenschaftstheorie) и противопоставляемая ей в современной литературе конструктивная [Философия

науки]-2 (konstruktiveWissenschaftstheorie) – имеют в качестве исторических предшественников классические философские методологии математики: классический рационализм (Декарт, Лейбниц) – аналитическая философия Канта («дедушка немецкого конструктивизма») – конструктивная [Философия математики]-2 (Wissenschaftstheorie).

На третьем уровне конструктивность математического знания рассматривается философских (в традиционном понимании) концепциях *философия науки* и, в частности, *математики* Платона, Аристотеля, Лейбница, Канта, Гегеля, Маркса, Хайдеггера в связи и в соотношении с другими методологическими принципами научного знания.

Для каждого уровня исследований разработаны соответствующие виды конструктивных диалогов – как методов решения возникающих в развитии математики споров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мануйлов В. Т. Гносеологические основания конструктивности математического знания // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск девятый / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2007.— С. 43-62.
2. Мануйлов В.Т. Интуиционистская конструктивность математического знания //Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск шестой/ Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2006.— С. 43 -62.
3. Мануйлов В. Т. Исчисление и диалог как методы математической аргументации в «немецком конструктивизме»// Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск четвертый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 17-30.
4. Мануйлов В. Т. Конструктивное обоснование логико-математического знания в «немецком конструктивизме»// Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск пятый/ Предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. – С. 59-78.
5. Мануйлов В.Т. Конструктивность античной математики// Проблема конструктивности научного и философского знания: сборник статей: выпуск 11/ предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2008. – С. 59-84.
6. Мануйлов В.Т. Конструктивность в аксиоматических теориях множеств//Проблема конструктивности научного и философского знания:Сборник статей:Выпуск третий / Предисловие В.Т. Мануйлова. - Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2004. – С. 53-83.
7. Мануйлов В.Т. Конструктивность и существование в математическом знании //Проблемы онтогносеологического обоснования математических и естественных наук: сб. статей / под общ. ред. Е.И. Арпьева; Курск. гос. ун-т. – Курск, 2008. – С.79 –93.
8. Мануйлов В.Т. Конструктивность как принцип обоснования научного знания // Философские науки, № 10,2003. – С.104–121.
9. Мануйлов В.Т. Конструктивность канторовской «наивной» теории множеств // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск второй / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та,2003. –С. 57-77.
10. Мануйлов В. Т. Конструктивность классического математического анализа//Проблема конструктивности научного и философского знания: сборник статей: выпуск 12/ предисловие В. Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2009. – С. 93-110.
11. Мануйлов В.Т. Конструктивность математического и философского знания в аналитической и конструктивной «теории науки»//Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск седьмой/ Предисловие В.Т. Мануйлова. – Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2006. – С.63-70.

12. Мануйлов В.Т. Конструктивность обоснования математического знания в философии математики И. Канта // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск первый / Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2005. — С.29-62.
- 13.** Мануйлов В.Т. Конструктивность формалистского направления в обосновании математики // Проблема конструктивности научного и философского знания: Сборник статей: Выпуск восьмой/ Предисловие В.Т. Мануйлова. — Курск: Изд-во Курск. гос. ун-та, 2007.— С. 73 -82.
14. Мануйлов В.Т. Обоснование арифметического знания в конструктивном направлении // Проблемы онтогносеологического обоснования математических и естественных наук № 2 – Курск. гос. ун-т. – Курск, 2009. –С.81–103.
15. Петров Ю. А. Математическая логика и материалистическая диалектика. – М.: МГУ, 1974. – 192 с.
16. Петров Ю. А. Методологические вопросы анализа научного знания. Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 1977. – 234 с.
17. А. В. Чагров. Конструктивная логика // Новая философская энциклопедия: В 4 тт. /Под редакцией В. С. Стёпина. – М.: Мысль, 2001. – Режим доступа: <http://iph.ras.ru/elib/1490.html>, свободный. – Загл. с экрана.
18. Constructionism and science: essays in recent German philosophy / Ed. by Butts R.E. and Brown J. R. – Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic Publishers, 1989. – xxv + 287 p.
19. Kamlah W. Sprache und Sprachtheorie im Dienste von Verständigung // Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1979. – S. 3-22.
20. Lorenz K. Science, a rational enterprise? Some remarks on the consequences distinguishing science as a way of presentation and science as a way of research // Constructivism and science / Ed. by Butts R. E. and Brown J. R. – Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., – P. 3–18.
21. Lorenzen P. Constructive philosophy / Transl. by Pavlovič K. R. – Amherst: Univ. of Massachusetts press, 1987. – X, 291 p.
22. Lorenzen P. Konstruktive Wissenschaftstheorie.–Frankfurt a. M.: Suhrkamp Verlag, 1974.– 239 S.
23. Lorenzen P. Lehrbuch der konstruktiver Wissenschaftstheorie. Mannheim; Wien; Zürich: BJ-Wissenschaftsverlag, 1987. – 381 S.
24. Posy C.J. Brouwer's constructivism // Synthese. – Dordrecht, 1974. – Vol. 27, № 1-2. – P. 125-159.
25. Troelstra A. S., D. van Dalen. Constructivism in Mathematics.– Vol. I,II. North Holland. Amsterdam, New York. Oxford. Tokyo: Elsevier science publishers B.V., 1988. – P.639–645.
26. Wohlrapp H. Analytischer versus konstruktiver Wissenschaftsbegriff //Konstruktionen versus Positionen. Bd. II. Allgemeine Wissenschaftstheorie / Hrsg. von Lorenz K. – Berlin; N. Y.: Bruyter, 1979. – S. 348-377.